

Analisi Matematica

Prova scritta parziale n. 2

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

22 febbraio 2020

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \sin x - x \cos x}{\operatorname{tg} \left(x - \frac{x^3}{6} - \sin x \right) \cdot \operatorname{arctg} \cos x}.$$

2. Data la serie

$$\sum_{n=n_0}^{+\infty} (-1)^n \left(e^{\frac{1}{n^2}} + \ln \cos \frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} \right)^\alpha$$

dimostrare che, per n_0 sufficientemente grande, la serie è ben definita. Studiarne poi, al variare di $\alpha > 0$, la convergenza semplice e la convergenza assoluta.

3. Si consideri la funzione $f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 3)$.

- (a) Dopo aver verificato che $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è bigettiva si consideri la funzione inversa $g(y) = f^{-1}(y)$.
- (b) Determinare $g(0)$, $g'(0)$ e $g''(0)$.
- (c) Calcolare

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{g(y^2) - g(5y) + y}{(g(y) - 1)^2}.$$