

Università degli Studi di Firenze
Corso di Laurea triennale in Fisica e Astrofisica
Analisi Matematica I (A.A. 2015/16) – Proff. F. Bucci & E. Paolini
PRIMA PROVA INTERCORSO (9 Novembre 2015)

Importante: Questo foglio può essere conservato, al termine della prova. Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita.

1. 1a) Scrivere la negazione della proposizione “Tutti gli studenti in Fisica fanno passeggiate in montagna oppure sono lettori di fantascienza, e tutti gli studenti in Matematica sanno suonare uno strumento musicale oppure amano il genere *graphic novel* (romanzi a fumetti, semplificando).
(Naturalmente, non è sufficiente scrivere “Non è vero che ...”)
- 1b) Determinare gli estremi superiore ed inferiore dell'insieme

$$A = \{2^{(-n)^n+n} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

specificando se essi sono, rispettivamente, massimo e minimo.

2. Si consideri la successione a_n definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = \alpha \\ a_{n+1} = \frac{5}{2} - \frac{1}{a_n}. \end{cases}$$

- 2a) Dimostrare che per $\alpha = 4/5$ si ha $a_n = \frac{8 + 2^{2n+1}}{16 + 2^{2n}}$;
2b) per $\alpha = 2015$ calcolare il limite della successione a_n ;
2c) per $\alpha = 1/3$ calcolare il limite della successione a_n ;
2d) dimostrare che se $a_{2015} = 1/2$ allora $\alpha = 1/2$.

3. Data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^5 + 3x - 7$, si chiede di

- 3a) dimostrare che f è bigettiva;
3b) calcolare $\lim_{y \rightarrow -3} \frac{f^{-1}(y) - 1}{y + 3}$;
3c) determinare β in modo tale che $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(y)}{y^\beta} = 1$.

4. Sia data la funzione $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $x \geq 0$, e siano A e B i punti di intersezione della retta tangente al grafico G_f di f , in un suo punto P_0 , con gli assi coordinati (con l'asse x e l'asse y , rispettivamente). Stabilire se esiste un punto che rende massima l'area del triangolo OAB (nel caso, determinarlo).