

# Analisi Matematica I e II modulo

## Prova scritta n. 6

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

15 febbraio 2008

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n \cos n}{n + 4} \left(1 - \cos \frac{2}{n}\right)$$

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = 3x^5 - 10x^3 + 15x + 2$$

- (a) Mostrare che  $f$  è iniettiva e surgettiva.  
(b) Dire in quali punti la funzione inversa  $f^{-1}$  è derivabile.  
(c) Calcolare  $(f^{-1})'(2)$ .
3. Si consideri la funzione  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \int_{\sqrt{x}}^x e^{-t^4} dt.$$

Dire se  $f$

- (a) è continua;  
(b) è uniformemente continua;  
(c) è lipschitziana;  
(d) è derivabile.
4. Studiare la convergenza e la convergenza assoluta della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\log n}{n}.$$