

# Analisi Matematica III e IV modulo

## Prova scritta n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2005-2006

7 luglio 2006

1. Dire se la funzione

$$f(x, y) = x^6 - x^3y^5 + y^{10}$$

ha un massimo o minimo, relativo o assoluto nel punto  $(0, 0)$ .

2. (a) Dire per quali  $x \in \mathbb{R}$  vale

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}$$

- (b) Dimostrare che vale

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} = \operatorname{arctg} x \quad \forall x \in (-1, 1).$$

3. Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{x}{2y e^{x^2}} + xy$$

4. Si consideri il semicerchio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\}$ .

- (a) Calcolare il baricentro  $(\bar{x}, \bar{y})$  di  $D$ :

$$\bar{x} = \frac{\iint_D x \, dx dy}{m(D)}$$
$$\bar{y} = \frac{\iint_D y \, dx dy}{m(D)}$$

( $m(D)$  indica la misura del dominio  $D$ ).

- (b) Sia  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la mappa  $T(x, y) = (x \cos y, x \sin y)$ . Calcolare la misura dell'insieme  $T(D)$ .