

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

QUINTO SCRITTO

14 febbraio 2011

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *In una trasmissione televisiva un politico per dimostrare che tutti i furti sono effettuati da immigrati rumeni ha portato un lungo elenco di immigrati rumeni arrestati per furto. Il politico ha dimostrato la sua tesi oppure no? Se ritieni che l'abbia fatto spiega perché, se ritieni che non l'abbia fatto spiega come avrebbe potuto dimostrarla.*

Esercizio 1.2. *Siano $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$ due funzioni. È vero che se g è surgettiva allora anche $g \circ f$ è surgettiva?*

Esercizio 1.3. *Determina il dominio della seguente funzione:*

$$f(t) = \log_2(\log_2(1 - t^2)) .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Hai dimenticato il numero di telefono di un amico. Sai che il numero, escluso il prefisso, è formato da 7 cifre tra 0 e 9. Sai anche che le cifre del numero che cerchi sono tutte diverse, tranne una che è ripetuta una volta (per cui compare due volte nel numero).

- (1) Quanti sono i numeri di telefono che verificano le proprietà dette sopra?
- (2) Determina quanti fra questi terminano con 122.
- (3) Qual è la probabilità che, scegliendo a caso due cifre tra 0 e 9 diverse fra loro, esse coincidano con le prime due cifre del numero che cerchi?
- (4) Qual è la probabilità che, scegliendo a caso una cifra tra 0 e 9, il numero che cerchi cominci proprio con questa cifra ripetuta due volte?
- (5) Qual è la probabilità che scegliendo a caso due cifre tra 0 e 9, non necessariamente diverse, esse coincidano con le prime due cifre del numero che cerchi?

Esercizio 2.2. Dopo aver tolto dal forno un pollo arrosto, ne misuri la temperatura ottenendo le seguenti coppie di dati: $(5, 175)$, $(10, 150)$, $(15, 75)$, dove la coppia (t, T) indica che dopo t minuti il pollo arrosto ha una temperatura di T gradi centigradi. Le tue conoscenze di fisica (e di cucina) ti portano a supporre che la relazione fra t e T sia quadratica.

- (1) Trova l'espressione esplicita della funzione quadratica il cui grafico passa per i dati.
- (2) Per quale intervallo di tempi tale funzione può effettivamente rispecchiare il fenomeno preso in considerazione?

Esercizio 2.3. Per ogni $b > 0$, considera la funzione $F_b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$F_b(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}e^t & \text{per } t \leq 0; \\ \frac{1}{3}(-2t^2 + 4t + 1) & \text{per } 0 \leq t \leq b; \\ \frac{1}{3}(-2b^2 + 4b + 1) & \text{per } t \geq b. \end{cases}$$

Determina per quali valori di b la funzione $F_b(t)$ può essere la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria reale X . Per tali valori di b , determina la densità di probabilità, il valore atteso e la varianza di X .