

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

PRIMO SCRITTO

17 aprile 2009

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense. . . Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non vi è corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Un allevatore commercializza latte d'asina al prezzo di 12 euro al litro. Il 30% del prezzo copre i costi di mungitura. Accordando un aumento di stipendio agli operai dell'azienda, i costi di mungitura aumentano del 10% al litro. Quanto dovrà essere il prezzo al litro del latte per far fronte a questo aumento di costi?*

Esercizio 1.2. *Fai un esempio di funzione continua $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tale che*

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +2.$$

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ data da*

$$f(x) = \tan(\pi x) .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *L'anemia falciforme è una malattia genetica determinata da un gene con due alleli: l'allele "m" recessivo che corrisponde alla malattia, e l'allele "N" dominante che corrisponde all'assenza di malattia. La popolazione che stai studiando soddisfa le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sai che il 90% degli alleli nella popolazione sono "N". Qual è la probabilità che un individuo preso a caso nella popolazione sia malato*

- (i) *non avendo nessun'altra informazione?*
- (ii) *sapendo che il padre è sano e la madre malata?*
- (iii) *sapendo che il padre è sano?*
- (iv) *sapendo che la madre è malata?*
- (v) *sapendo che padre e madre sono malati?*

Esercizio 2.2. *La Curva di Hubbert, proposta nel 1956, fornisce una previsione del tasso di produzione mondiale di petrolio. Se misuriamo il tempo t in decenni e assumiamo che $t = 0$ corrisponda all'anno 2000, tale curva può essere approssimata dalla funzione $p: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da*

$$p(t) = \frac{e^{-t}}{2(1 + e^{-t})^2},$$

dove $p(t)$ è il tasso di produzione mondiale di petrolio (in miliardi di barili l'anno) al tempo t . Studia la funzione p , anche per tempi negativi. Per quando è previsto il massimo del tasso di produzione di petrolio? Cosa si prevede invece per il lontano futuro?

Esercizio 2.3. *Rilevando la traiettoria di un giavellotto lanciato da un atleta, misuri le seguenti coppie di dati*

$$(20, 12.2), \quad (40, 19.8), \quad (50, 18.5)$$

dove la coppia (x, h) indica che il giavellotto si trova ad altezza h metri dopo aver percorso x metri in lunghezza. Assumendo che la dipendenza di h da x sia quadratica, determina l'espressione esplicita di una funzione quadratica il cui grafico passa per i dati. Per quale intervallo di lunghezze la funzione trovata può rispecchiare realisticamente il fenomeno preso in considerazione?