

**MATEMATICA — CORSO B**  
**PROF. MARCO ABATE**  
SECONDO COMPITINO — TESTO B

**27 aprile 2011**

Nome e cognome

Matricola

**ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.**

*ISTRUZIONI:* Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

**Esercizio 1.1.** Trova un esempio, se esiste, di funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  che sia crescente e tale che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3 \quad e \quad f(0) = -1 .$$

**Esercizio 1.2.** Determina il dominio della funzione

$$h(t) = \log_7(7 - 7^t) ,$$

e risolvi la disequazione  $h(t) < 0$ .

**Esercizio 1.3.** Determina se la funzione

$$F(t) = \sin(2t) + \cos(-2t)$$

è periodica, è in caso affermativo determinane il periodo.

2. PARTE II

**Esercizio 2.1.** Tutti i martedì una linea aerea collega con un piccolo aereo da 40 posti Venezia e Palermo via Roma. Le tariffe sono: Venezia–Roma 80 euro; Roma–Palermo 120 euro; Venezia–Palermo 180 euro.

12 passeggeri hanno già comprato il biglietto per la tratta Venezia–Roma, e non vengono venduti altri biglietti per questa tratta. Qual è la distribuzione di biglietti fra le tratte Venezia–Palermo e Roma–Palermo (che sia compatibile con il numero di posti sull'aereo e con i biglietti già venduti per la tratta Venezia–Roma) che rende massimo il ricavo della linea aerea? Qual è il ricavo massimo ottenibile?

**Esercizio 2.2.** *Stai effettuando uno studio sulla pericolosità a lungo termine del cibo dei fast-food. A tal fine, misuri la media  $m$  negli esami (misurata in trentesimi) di un gruppo di studenti in funzione del numero medio  $p$  di pasti effettuati in un fast-food alla settimana, ottenendo i seguenti risultati:*

$$(p = 2, m = 26), (p = 3, m = 23), (p = 4, m = 14) .$$

- (1) *Trova un polinomio quadratico che interpola esattamente i dati che hai raccolto.*
- (2) *Secondo te, per quale intervallo di valori del numero di pasti il modello dato da questo polinomio può ragionevolmente rappresentare il fenomeno che stai studiando?*

**Esercizio 2.3.** *Stai studiando il decadimento di un materiale radioattivo, contando il numero  $N(t)$  di particelle alfa emesse fra il tempo  $t$  e il tempo  $t + 1$ , partendo da  $t = 1$  e arrivando a  $t = 11$  ore. I risultati delle misurazioni, altri ottenuti da questi tramite semplici operazioni, e le relative medie sono riportati nella tabella qui sotto.*

- (i) *Determina la retta di regressione. Si tratta di una buona interpolazione?*
- (ii) *Interpola ora i dati supponendo che  $N$  dipenda esponenzialmente da  $t$  (cioè che si comporti come  $ap^t$ , con  $p > 0$ ). Qual è la migliore interpolazione che puoi trovare? Si tratta di una buona interpolazione?*

*[Potrebbero esserti utili alcune fra le seguenti operazioni:  $118.09/133.90 \simeq 0.88$ ;  $\sqrt{8.22} \simeq 2.87$ ;  $1.37 \cdot 6 \simeq 8.22$ ;  $15.50/6.71 \simeq 2.31$ ;  $10^{-0.95} \simeq 0.11$ ;  $1.51/1.52 \simeq 0.99$ ;  $\sqrt{17929.1} \simeq 133.90$ ;  $11.809 \cdot 6 = 70.854$ ;  $0.151 \cdot 6 = 0.906$ ;  $10^{2.276} \simeq 188.80$ ;  $1.37 \cdot 1.37 \simeq 1.88$ ;  $\sqrt{2.3} \simeq 1.52$ ;  $15.50 \cdot 41 = 635.5$ ;  $\sqrt{0.906} \simeq 0.95$ ;  $10^{-0.151} \simeq 0.71$ .]*

Dati	$t$	$N$	$t^2$	$tN$	$N^2$	$\text{Log } N$	$(\text{Log } N)^2$	$t \text{Log } N$	$N \text{Log } t$
	1	150	1	150	22500	2.18	4.74	2.18	0
	2	80	4	160	6400	1.90	3.62	3.81	24.08
	3	69	9	207	4761	1.84	3.38	5.52	32.92
	4	48	16	192	2304	1.68	2.83	6.72	28.90
	5	34	25	170	1156	1.53	2.35	7.66	23.76
	6	24	36	144	576	1.38	1.90	8.28	18.68
	7	16	49	112	256	1.20	1.45	8.43	13.52
	8	12	64	96	144	1.08	1.16	8.63	10.84
	9	8	81	72	64	0.90	0.82	8.13	7.63
	10	6	100	60	36	0.78	0.61	7.78	6
	11	4	121	44	16	0.60	0.36	6.62	4.17
Medie	6	41	46	127.91	3473.91	1.37	2.11	6.71	15.50