

MATEMATICA — CORSO B

PROF. MARCO ABATE

COMPITINO DI RECUPERO — TESTO A

10 febbraio 2010

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Una cassetta piena di arance pesa 10 ± 0.2 kg. La stessa cassetta vuota pesa 1.1 ± 0.1 kg. Quali sono il valore stimato e l'errore assoluto del peso delle arance contenute nella cassetta?

Esercizio 1.2. Possono esistere due eventi A e B di uno stesso spazio degli eventi Ω per cui si abbia $p(A|B) < p(A)$?

Esercizio 1.3. Hai misurato per una settimana la percentuale d'umidità dell'aria a mezzogiorno a Pisa, ottenendo sette valori x_1, \dots, x_7 tutti compresi fra 0 e 1. La media di questi valori può essere 2? E la varianza può essere 5?

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Leonardo e Martina hanno deciso di divorziare. Essendosi sposati in comunione dei beni, devono stabilire come suddividere i loro averi.

- (1) Su suggerimento degli avvocati, decidono di vendere la loro auto ricavandone 10 000 euro. Gli avvocati suggeriscono anche di suddividere questa cifra in modo proporzionale alla percentuale d'uso dell'auto da parte dei due (ex-)coniugi nell'ultimo anno. Sapendo che nell'ultimo anno Leonardo ha guidato l'auto per per 360 ore mentre Martina l'ha guidata per 840 ore, calcola la percentuale di utilizzo dell'auto di Leonardo, e quanti euro del ricavato vanno a Martina.
- (2) Sapendo che il numero di ore di guida di Leonardo è stato calcolato con un errore relativo del 10% , tra quali valori può variare il ricavo di Martina?
- (3) Leo e Martina avevano investito in azioni. All'inizio del divorzio, il valore totale delle azioni a loro disposizione era di 15 000 euro; di queste, il 40% era a nome di Leonardo. Inoltre, ciascuna azione valeva 7.5 euro. Alla fine del divorzio, Leonardo ha dovuto cedere il 20% delle sue azioni a Martina. Sapendo che nel frattempo il valore totale delle azioni è diminuito del 10%, qual è il valore delle azioni rimaste a Martina alla fine del divorzio?
- (4) Leo e Martina avevano investito anche in BOT. All'inizio del divorzio, Leonardo possedeva il 40% dei BOT; alla fine del divorzio, ha dovuto cedere il 20% dei suoi BOT a Martina. Sapendo che nel frattempo il valore totale dei BOT da loro posseduti è diminuito del 20%, alla fine del divorzio il valore dei BOT posseduti da Martina è aumentato o diminuito?

Esercizio 2.2. Un'urna contiene 3 palline bianche, 6 palline nere e 9 palline rosse.

- (1) Qual è la probabilità di estrarre (scegliendo a caso) una pallina nera?
- (2) Qual è la probabilità che in 4 estrazioni con rimbussolamento tu estragga una e una sola pallina nera?
- (3) Qual è la probabilità che in 4 estrazioni con rimbussolamento tu estragga almeno una pallina nera?
- (4) Quante sono le possibili sequenze di 4 estrazioni con rimbussolamento che contengono esattamente 2 palline nere? (Per esempio, "bianca-nera-rossa-nera" e "nera-nera-bianca-rossa" sono due di queste sequenze).

Esercizio 2.3. La lunghezza della coda di una specie di varani è determinata geneticamente da un gene con due possibili alleli: l'allele "L" dominante della coda lunga, e l'allele "c" recessivo della coda corta. La popolazione dei varani che stai studiando soddisfa le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sai che il 40% degli alleli nella popolazione sono "L", e il 60% sono "c".

- (1) Calcola la probabilità di tutti gli alleli e di tutti i fenotipi.
- (2) Qual è la probabilità che un varano preso a caso nella popolazione abbia la coda lunga sapendo che il padre ha la coda lunga e la madre la coda corta?
- (3) Qual è la probabilità che un varano preso a caso nella popolazione abbia la coda lunga sapendo che suo figlio ha la coda corta?
- (4) Qual è la probabilità che un varano preso a caso nella popolazione abbia la coda lunga sapendo che entrambi i genitori hanno la coda corta?