

SYLLABUS:
ARGOMENTI DI MATEMATICA
DELLE PROVE DI VALUTAZIONE

abcdef...ABC (senza calcolatrici, senza palmari, senza telefonini...)

Gli Argomenti

A. Numeri

- *frazioni e numeri decimali*
- *massimo comun divisore, minimo comune multiplo, numeri primi e decomposizione*
- *numeri: confronto e approssimazione.*
- *potenze*
- *percentuali e proporzioni*

B. Algebra

- *Rappresentazioni algebriche di espressioni descritte con linguaggio naturale*
- *polinomi: divisione e fattorizzazione*
- *equazioni di primo e secondo grado.*
- *sistemi lineari*
- *manipolazioni algebriche*
- *disequazioni*

C. Geometria

- *area e perimetro*
- *piano cartesiano: rette, circonferenze, ellissi, iperbole e parabole*
- *proprietà elementari delle principali figure piane*
- *il volume dei solidi elementari*
- *trigonometria: le formule elementari*

D. Funzioni e grafici

- *saper ricavare informazioni da un grafico*
- *le funzioni esponenziale e logaritmo.*
- *le funzioni trigonometriche*

E. Insiemi

- *il linguaggio elementare delle funzioni e degli insiemi*
- *le principali operazioni sugli insiemi*

F. Combinatoria e probabilità elementare

- *calcolo della cardinalità di un insieme*
- *calcolo della probabilità di un evento*
- *rappresentazione di dati con tabelle, istogrammi ed altri metodi grafici.*

G. Elementi di logica

- sapere dedurre le conseguenze di un'affermazione o di un enunciato
- sapere negare un'affermazione

Le capacità

I quesiti proposti nel test intendono verificare la padronanza degli argomenti indicati sopra. Quindi *ognuno* di essi richiede lo sviluppo di un semplice ragionamento. Alcuni quesiti potranno richiedere

- simultaneamente l'uso di nozioni diverse
- la capacità di modellizzare problemi concreti e di rappresentare dati
- di saper comprendere con precisione il significato di affermazioni e di enunciati.

Esempi

A. Numeri

- frazioni e numeri decimali
- massimo comun divisore, minimo comune multiplo, numeri primi e decomposizione
- numeri: confronto e approssimazione.
- potenze
- percentuali e proporzioni

Esempi:

1. Qual è il valore della seguente espressione

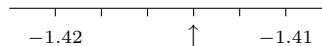
$$\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} ?$$

- 1.1 $\frac{5}{9}$
 1.2 $-\frac{5}{9}$
 1.3 $-\frac{3}{5}$
 1.4 $\frac{1}{15}$

2. Quale dei numeri seguenti è il più grande: 1.48 , $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{\sqrt{24}}{3}$?

- 2.1 1.48
 2.2 $\frac{3}{2}$
 2.3 $\frac{5}{3}$
 2.4 $\frac{\sqrt{24}}{3}$

3. Quanto vale il numero indicato dalla freccia?



- 3.1 -1.414
 3.2 -1.413
 3.3 -1.426
 3.4 -1.412

4. Siano a e b due numeri naturali tali che 9 è un divisore di ab . Una sola delle affermazioni seguenti è corretta. Quale?

- 4.1 3 è divisore di a oppure di b .
4.2 9 è divisore di a oppure di b .
4.3 3 è divisore di $a + b$.
4.4 a è dispari oppure b è dispari.

5. Un lavoratore deve assemblare 147 PC e ne ha finora completati 47. Qual è lo stadio di avanzamento del suo lavoro (arrotondando alla seconda cifra decimale)?

- 5.1 53.14%
5.2 111.12%
5.3 31.97%
5.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

6. Un CD è costato 13 euro grazie a uno sconto del 20%. Quale sarebbe stato il prezzo, in euro, senza lo sconto?

- 6.1 15
6.2 15.60
6.3 10.40
6.4 16.25

7. 100 grammi di una soluzione contengono 17 grammi di sale. Quanti grammi di sale contengono 200 grammi della stessa soluzione?

- 7.1 8.5
7.2 34
7.3 22.3
7.4 117

B. Algebra

- *Rappresentazioni algebriche di espressioni descritte con linguaggio naturale*
- *polinomi: divisione e fattorizzazione*
- *equazioni di primo e secondo grado.*
- *sistemi lineari*
- *manipolazioni algebriche*
- *disequazioni*

Esempi:

8. Quale fra le seguenti espressioni è uguale al quadrato del triplo del consecutivo di un numero intero n ?

- 8.1 $[3(n + 1)]^2$
8.2 $(3n + 1)^2$
8.3 $3(n^2 + 1)$
8.4 $3n^2 + 1$

9. Il polinomio $5x^2 + 8x - 4$ ha come radici

- 9.1 2 e $\frac{2}{5}$.
 9.2 -2 e $\frac{1}{5}$.
 9.3 2 e $-\frac{1}{5}$.
 9.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

•10. Sapendo che il polinomio $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ ha una radice uguale a 1, quali sono le altre due?

- 10.1 2 e $\frac{1}{2}$.
 10.2 -2 e $-\frac{1}{2}$.
 10.3 Non ci sono altre radici reali.
 10.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

11. Il risultato della semplificazione della funzione razionale

$$\frac{(2x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{x^2-1}$$

è

- 11.1 $\frac{(2x-1)(x^2+x+1)}{x+1}$.
 11.2 $(2x-1)(x+1)$.
 11.3 $\frac{(2x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{x^2-1}$ (numeratore e denominatore sono già primi tra loro).
 11.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

12. Un mattone pesa 1kg più il peso di mezzo mattone. Quanti kg pesa il mattone?

- 12.1 2
 12.2 1.5
 12.3 2.5
 12.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

13. Dato il sistema

$$\begin{aligned} x + 2y &= 1 \\ 2x + y &= 0 \end{aligned}$$

allora

- 13.1 esso ha come unica soluzione $x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$.
 13.2 esso ha come unica soluzione $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$.
 13.3 esso ammette infinite soluzioni.
 13.4 esso non ammette alcuna soluzione.

14. Determinare tutti i numeri reali x che soddisfano la relazione $\frac{1}{2}(x+1) = x - \frac{1}{4}(2x+3)$

- 14.1 Nessuna delle altre risposte proposte è corretta.
 14.2 $x = -\frac{1}{4}$.

14.3 $x = -\frac{5}{4}$.

14.4 La relazione è soddisfatta da una infinità di valori x

15. Un numero è uguale a 8 volte la sua radice quadrata più 105. Qual è questo numero?

15.1 196.

15.2 256.

15.3 289.

15.4 Nessuno di questi.

16. Per quali valori del numero reale a l'equazione $x^2 + (a + 1)x + 1 = 0$ ha soluzioni reali?

16.1 $a \geq 1$ oppure $a \leq -3$.

16.2 $a \geq 1$.

16.3 Nessuno.

16.4 $a \geq 0$.

17. Il polinomio $P(x) = x^2 + bx + c$ ha come radici i numeri 1 e -2 . Allora $P(0)$ vale

17.1 -2 .

17.2 1.

17.3 Nessuna delle altre risposte è corretta.

17.4 2.

18. Per quali valori dell'incognita x vale la disuguaglianza $3x + 2 \leq 2x + 3$.

18.1 $x \leq -1$

18.2 $x \leq \frac{2}{3}$

18.3 $x \leq 1$

18.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

•19. Per quali valori dell'incognita x vale la disuguaglianza $\frac{3x+2}{2x+3} \leq 1$.

19.1 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$.

19.2 $1 \leq x < \frac{3}{2}$.

19.3 $x \leq 1$.

19.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

20. La disuguaglianza $\sqrt{x^2 + 3} \geq 2x$ è

20.1 vera unicamente per $-1 \leq x \leq 1$

20.2 vera unicamente per $x \leq 1$

20.3 vera unicamente per $x \leq -1$

20.4 non è mai vera.

21. La relazione $|x - 3| \leq a$ è equivalente a

21.1 $3 - a \leq x \leq 3 + a$.

21.2 $3 \leq x \leq 3 + a$.

21.3 $-(3 + a) \leq x \leq 3 + a$.

21.4 $a - 3 \leq x \leq a + 3$.

C. Geometria

- *area e perimetro*
- *piano cartesiano: rette, circonferenze, ellissi, iperbole e parabole*
- *proprietà elementari delle principali figure piane*
- *il volume dei solidi elementari*
- *trigonometria: le formule elementari*

Esempi:

22. Un triangolo rettangolo ha il cateto più piccolo che misura 1cm. Consideriamo un altro triangolo rettangolo, avente gli stessi angoli di quello precedente ed il cateto più piccolo lungo 2cm. L'area della sua superficie è, rispetto a quella del primo triangolo,

- 22.1 il doppio.
 22.2 il quadruplo.
 22.3 pari a $\sqrt{2}$ volte.
 22.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

•**23.** Siano C e Q rispettivamente un cerchio e un quadrato aventi lo stesso perimetro. Allora il rapporto

$$\frac{\text{area di } C}{\text{area di } Q}$$

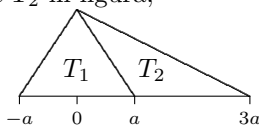
è

- 23.1 più piccolo di 1
 23.2 uguale a $\sqrt{2}$
 23.3 uguale a $\frac{\pi}{3}$
 23.4 uguale a $\frac{4}{\pi}$.

24. Un triangolo rettangolo ha un angolo di 45° ed un'area pari a 36 cm^2 . Quanto è lunga l'ipotenusa?

- 24.1 12cm.
 24.2 18cm.
 24.3 I dati del problema non permettono di determinarlo.
 24.4 6cm.

25. Dati i due triangoli T_1 e T_2 in figura,



- 25.1 I due triangoli hanno la stessa area.
 25.2 T_2 ha un'area più grande di T_1 .
 25.3 Non si può dire, dipende dal valore di a .
 25.4 T_1 ha un'area più grande di T_2 .

- 26.** Si considerino i triangoli inscritti in una circonferenza di raggio 1 ed aventi un lato coincidente con il diametro. Quanto vale la più grande area possibile di questi triangoli?

- 26.1 1.
26.2 $\sqrt{2}$.
26.3 $\frac{\pi}{2}$.
26.4 $\frac{1}{2}$.

- 27.** Quale delle seguenti rette passa per i punti $(1, 1)$ e $(-\frac{1}{2}, 0)$?

- 27.1 $2x - y - 1 = 0$.
27.2 $2x - y + 1 = 0$.
27.3 $-x + 2y - 1 = 0$.
27.4 $2x - 3y + 1 = 0$.

- 28.** Uno solo dei seguenti punti del piano si trova sulla circonferenza di raggio 2 e centro $(1, 0)$. Quale?

- 28.1 $(-1, 0)$.
28.2 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$.
28.3 $(2, \sqrt{2})$.
28.4 $(0, 2)$.

- 29.** La disuguaglianza

$$\frac{x+1}{x-1} \leq 1$$

è verificata da tutti e soli i numeri

- 29.1 $x < 1$.
29.2 $x \leq -1$.
29.3 Non è mai verificata.
29.4 $x > 1$.

- 30.** La retta passante per i punti del piano cartesiano $(1, 1)$ e $(2, 3)$ ha per equazione $y = ax + b$, dove a è uguale a

- 30.1 2.
30.2 -2.
30.3 $-\frac{1}{2}$.
30.4 $\frac{1}{2}$.

- 31.** $\sin(180^\circ - x)$ è uguale a

- 31.1 $\sin(x)$.
31.2 $-\sin(x)$.
31.3 $\cos(x)$.
31.4 $-\cos(x)$.

- 32.** Di un angolo di ampiezza α si sa che $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Allora

- 32.1 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ oppure $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

32.2 $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

32.3 $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$

32.4 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

D. Funzioni e grafici

- saper ricavare informazioni da un grafico
- le funzioni esponenziale e logaritmo.
- le funzioni trigonometriche

Esempi:

33. Una sola delle relazioni seguenti è vera. Quale?

33.1 $\log_{10} \sqrt[3]{10} = \frac{1}{3}$

33.2 $\log_{10}(-10^3) = -3$

33.3 $\log_{10} \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

33.4 $\log_{10} \sqrt{10^3} = \frac{2}{3}$

34. Quale dei seguenti numeri ha un logaritmo strettamente compreso tra 4 e 6?

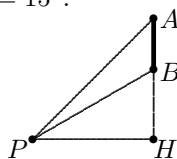
34.1 $10^6 - 10^5$

34.2 8747

34.3 $10^3 + 10^2$

34.4 -10^5

• **35.** Determinare l'altezza di una torre AB la cui base poggia su un'altura, dove $PB = 40$, $\widehat{BPH} = 30^\circ$ e $\widehat{APB} = 15^\circ$.



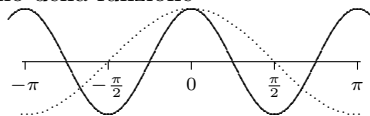
35.1 $20(\sqrt{3} - 1)$.

35.2 $20(\sqrt{3} + 1)$.

35.3 $40 \frac{\sqrt{3}}{3}$.

35.4 Nessuna delle altre risposte è corretta.

36. Sapendo che il grafico tratteggiato è quello della funzione $y = \cos x$, il grafico a tratto continuo è quello della funzione



36.1 $y = \cos(2x)$.

36.2 $y = \cos(x + 2)$.

36.3 $y = \frac{1}{2} \cos x$.

36.4 $y = \cos(\frac{x}{2})$.

37. Per quale delle seguenti funzioni l'uguaglianza

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

è vera per ogni a, b reali?

37.1 $f(x) = 2x$

37.2 $f(x) = 2^x$

37.3 $f(x) = x + 2$

37.4 $f(x) = x^2$

38. La funzione di variabile reale $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$ ha come dominio di definizione

38.1 $x > -2$

38.2 $x \geq -2$

38.3 nessuna delle altre risposte è corretta

38.4 $x \neq -2$

E. Insiemi

- *il linguaggio elementare delle funzioni e degli insiemi*
- *le principali operazioni sugli insiemi*

Esempi:

39. Siano A e B i seguenti sottoinsiemi dei numeri naturali: $A = \{0, 1, \dots, 36\}$ e $B = \{\text{i numeri dispari}\}$. Allora, indicando con B^c il complementare di B , $A \cap B^c$ è l'insieme

39.1 $\{1, 3, \dots, 35\}$

39.2 $\{0, 2, \dots, 36\}$

39.3 \emptyset (l'insieme vuoto).

39.4 nessuna delle altre risposte è corretta

40. Sia A un sottoinsieme proprio dell'insieme B . Una sola delle affermazioni seguenti è corretta. Quale?

40.1 Qualche elemento di B non appartiene ad A .

40.2 Ogni elemento di B appartiene ad A .

40.3 Nessuna delle altre risposte proposte è corretta.

40.4 Qualche elemento di A non appartiene ad B .

41. Dati gli insiemi A, B, C , uno solo dei seguenti è l'insieme degli elementi di C che appartengono ad A oppure a B . Quale?

41.1 $(A \cup B) \cap C$.

41.2 $(A \cap B) \cap C$.

41.3 $(A \cap B) \cup C$.

41.4 $A \cap B \cap C$.

F. Combinatoria e probabilità elementare

- *calcolo della cardinalità di un insieme*

- calcolo della probabilità di un evento,
- rappresentazione di dati con tabelle, istogrammi ed altri metodi grafici.

Esempi

42. Si consideri l'insieme $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$. Quanti sono i sottoinsiemi distinti di X di 3 elementi che contengono x_1 ?

- 42.1 36
 42.2 64
 42.3 49
 42.4 30

43. Quante sequenze ordinate di numeri senza ripetizioni si possono costruire a partire da un insieme di 5 numeri, tutti diversi, utilizzandoli tutti?

- 43.1 120.
 43.2 Infinite.
 43.3 5.
 43.4 123.

•**44.** Un'azienda ospedaliera dispone di 8 medici, 5 infermieri e 6 piloti di elicotteri. Sapendo che una squadra di soccorso con elicottero deve essere formata esattamente da 1 medico, 3 infermieri e 2 piloti, quante squadre distinte può formare l'azienda ospedaliera?

- 44.1 1200.
 44.2 19.
 44.3 240.
 44.4 Infinite.

45. In Canada tutti i cittadini parlano inglese o francese (o tutte e due le lingue). In una certa provincia si sa che il 75% della popolazione parla francese ed il 48% parla inglese. Qual è la probabilità che un cittadino scelto a caso parli entrambe le lingue?

- 45.1 23%
 45.2 48%
 45.3 I dati del problema non permettono di rispondere
 45.4 27%

46. Due dadi vengono lanciati insieme. Qual è la probabilità che diano lo stesso numero?

- 46.1 $\frac{1}{6}$
 46.2 $\frac{1}{18}$
 46.3 $\frac{1}{12}$
 46.4 $\frac{1}{36}$

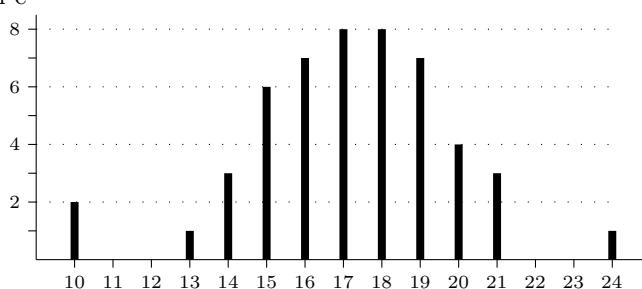
47. Ugo e Massimiliano giocano nel modo seguente. Si lanciano due dadi, Ugo vince se la somma fa 7, Massimiliano se fa 3 oppure 4. Se non esce nessuno di questi numeri si lancia di nuovo. Si tratta di un gioco equo?

- 47.1 No, Ugo è favorito
 47.2 Sì
 47.3 Per poter rispondere occorrono maggiori informazioni
 47.4 No, Massimiliano è favorito

48. Due dadi vengono lanciati insieme. Qual è la probabilità che diano entrambi un numero con la stessa parità (tutti e due pari o tutti e due dispari)?

- 48.1 $\frac{1}{5}$
 48.2 $\frac{2}{3}$
 48.3 $\frac{13}{36}$
 48.4 $\frac{1}{4}$

49. Il diagramma a barre in figura riporta i risultati di un esame. Ricordando che la sufficienza viene ottenuta con 18, allora si può dire che la percentuale dei bocciati è



- 49.1 superiore al 50%
 49.2 del 48%
 49.3 inferiore al 40%
 49.4 del 44%

G. Elementi di logica

- sapere dedurre le conseguenze di un'affermazione o di un enunciato
- sapere negare un'affermazione

Esempi

50. Qual è la negazione della frase: "Ogni studente in quest'aula ha letto almeno tre libri" ?

- 50.1 Tutti gli studenti di quest'aula hanno letto solo due libri.
 50.2 Tutti gli studenti di quest'aula hanno letto al più due libri.
 50.3 Almeno uno studente in quest'aula ha letto tre libri.
 50.4 Nessuna delle precedenti è la negazione della frase data.

51. Il professore dice: "condizione necessaria perché una funzione sia assolutamente continua (AC) è che sia continua". Ciò implica che

- 51.1 tutte le funzioni AC sono anche continue;
 51.2 esiste almeno una funzione AC che non è continua;
 51.3 non si può dir niente perché la condizione è solo necessaria;

51.4 tutte le funzioni continue sono anche AC;

52. Alberto è più alto di Federico, Gianni è più alto di Aldo, Fabrizio è più alto di Alberto e di Aldo. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

52.1 Fabrizio oppure Gianni è più alto di tutti.

52.2 Federico è più basso di tutti.

52.3 Gianni non è il più alto di tutti.

52.4 Fabrizio è più alto di tutti.

Soluzioni. 1.1, 2.3, 3.1, 4.1, 5.3, 6.4, 7.2, 8.1, 9.4, 10.2, 11.4, 12.1, 13.2, 14.1, 15.4, 16.1, 17.1, 18.3, 19.1, 20.2, 21.1, 22.2, 23.4, 24.1, 25.1, 26.1, 27.4, 28.1, 29.1, 30.1, 31.1, 32.1, 33.1, 34.1, 35.1, 36.1, 37.1, 38.1, 39.2, 40.1, 41.1, 42.1, 43.1, 44.1, 45.1, 46.1, 47.1, 48.1, 49.1, 50.4, 51.1, 52.1,