

10. IL TEST D'INGRESSO: SOLUZIONI

10.1 LE RISPOSTE ESATTE ED I PROCEDIMENTI RISOLUTIVI CORRETTI

ATTENZIONE

Non limitarti a leggere il risultato.

A volte si può arrivare ad una risposta corretta seguendo un ragionamento scorretto.

Anche se al test conta solo la risposta finale e non il ragionamento che hai fatto, in matematica il ragionamento (cioè il *processo*) ha un ruolo cruciale.

Quindi leggi anche la strategia risolutiva.

D'altra parte tieni presente che la strategia risolutiva proposta non è necessariamente l'unica possibile.

In definitiva: **se hai dei dubbi sulla strategia che hai seguito, o se non ti è chiara quella che qui viene proposta, confrontati con i compagni o con l'insegnante.**

1. La risposta esatta è la B.

$$\text{Infatti: } \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Quindi: } (\sqrt{3})^{10} = (3^{\frac{1}{2}})^{10}$$

$$\text{E per le proprietà delle potenze: } (3^{\frac{1}{2}})^{10} = 3^{\frac{1}{2} \cdot 10} = 3^5$$

2. La risposta esatta è la C.

$$\text{Infatti: } 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Quindi: } -2^{-2} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{-2^{-2}}{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

3. La risposta esatta è la D.

Infatti:

$$a = 5\sqrt{10} = \sqrt{5^2 \cdot 10} = \sqrt{25 \cdot 10} = \sqrt{250}$$

$$c = 2\sqrt{51} = \sqrt{2^2 \cdot 51} = \sqrt{4 \cdot 51} = \sqrt{204}$$

Poiché $190 < 204 < 250$

risulta anche $\sqrt{190} < \sqrt{204} < \sqrt{250}$

cioè: $b < c < a$

4. La risposta esatta è la B.

Se chiamiamo a e b le misure dei due lati del rettangolo, le misure dei lati ridotte del 20%

saranno rispettivamente: $\frac{80}{100}a = \frac{8}{10}a$ e $\frac{80}{100}b = \frac{8}{10}b$

L'area del rettangolo di lati a e b sarà ab , mentre l'area del rettangolo di lati ridotti sarà:

$$\frac{8}{10}a \cdot \frac{8}{10}b = \frac{64}{100}ab$$

Quindi l'area diminuisce del 36%.

5. La risposta esatta è la B.

Infatti le potenze di 5 sono tutte numeri dispari.

Invece i multipli di 3 possono essere anche pari (ad esempio 6), così come i numeri divisibili per 7 e per 11 (ad esempio il doppio di $7 \cdot 11$) ed i quadrati (ad esempio 4).

6. La risposta esatta è la C.

Possiamo riscrivere l'equazione:

$$2x^2 - 3x - 1 = 0$$

Applicando la formula risolutiva per le equazioni di 2° grado:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

7. La risposta esatta è la A.

Una frazione è positiva quando numeratore e denominatore sono concordi.

Siccome il numeratore per ipotesi è negativo, anche il denominatore dev'essere negativo.

Quindi:

$$2 - x < 0$$

cioè: $x > 2$.

8. La risposta esatta è la A.

Per trovare p :

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{q} = \frac{q - f}{fq}$$

quindi:

$$p = \frac{fq}{q-f}$$

9. La risposta esatta è la C.

Dalla figura si ricavano i valori di a, b, f(a), f(b):

$$a = -4; b = 2; f(a) = -3; f(b) = -1$$

Quindi, sostituendo:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{-1 - (-3)}{2 - (-4)} = \frac{-1 + 3}{2 + 4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

10. La risposta esatta è la C.

$$\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$$

11. La risposta esatta è la C.

Il valore della funzione in $x = 0$ è:

$$f(0) = 8$$

Si vuole che:

$$f(x) = 2 \cdot f(0) = 2 \cdot 8 = 16$$

Ma essendo:

$$f(x) = x^3 + 8$$

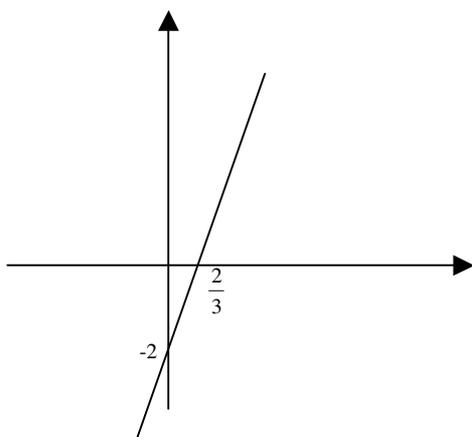
deve risultare:

$$x^3 + 8 = 16$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

12. La risposta esatta è la A.



La retta interseca l'asse x nel punto di ascissa $x = \frac{2}{3}$, e l'asse y nel punto di ordinata $y = -2$.

I cateti del triangolo misurano quindi 2 e $\frac{2}{3}$.

Quindi l'area è:

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

13. La risposta esatta è la C.

Per il teorema di Pitagora:

$$a = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$b = a$, quindi c è la diagonale di un quadrato (oppure posso riapplicare il teorema di Pitagora):

$$c = \sqrt{2}a = \sqrt{2}\sqrt{5} = \sqrt{10}$$

14. La risposta esatta è la D.

Le altre condizioni non sono verificate *per ogni punto* (x, y) del triangolo.

Ad esempio per il punto $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$, che è interno al triangolo evidenziato, non vale nessuna delle tre condizioni A, B, C.

15. La risposta esatta è la D.

Fra i numeri 1, 2, 3, 4, 5 ci sono tre numeri dispari (1, 3, 5).

Quindi la probabilità di estrarre un numero dispari dal 1° sacchetto è $\frac{3}{5}$. Lo stesso per il secondo. La probabilità di estrarre un numero dispari da entrambi i sacchetti sarà allora:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

16. La risposta esatta è la C.

Dall'istogramma si deduce che il numero di famiglie di 4 persone è 8, quello di 5 è 3, quello di 6 è 0, quello di 7 è 1: quindi il numero di famiglie di almeno 4 persone è $8+3+1=12$.

D'altra parte sempre dall'istogramma si vede che il numero totale di famiglie è $4 + 3 + 6 + 12 = 25$.

Quindi il rapporto fra le famiglie composte da almeno 4 persone ed il totale delle famiglie è

$$\frac{12}{25} = \frac{48}{100}. \text{ Quindi la percentuale di famiglie composte da almeno 4 persone è il } 48\%.$$

17. La risposta esatta è la A.

In tutto i tre amici hanno speso 1200 €.

Quindi ognuno deve pagare 400 €.

Quindi Luciano deve avere 150 €: 50 da Chiara e 100 da Sonia.

18. La risposta esatta è la B.

Chiamiamo R_0 il valore iniziale di R , e F_0 il valore iniziale di F .

$$R_0^2 = \frac{2}{F_0}$$

Se F triplica, $F = 3 F_0$. Quindi:

$$R^2 = \frac{2}{F} = \frac{2}{3F_0} = \frac{1}{3} \frac{2}{F_0} = \frac{1}{3} R_0^2$$

Quindi $R = \frac{1}{\sqrt{3}} R_0$.

19. La risposta esatta è la C.

Il prezzo del modello aumentato di x euro è $100 + x$.

Il numero di forni venduti in un anno diminuito di $30x$ è $2000 - 30x$.

L'incasso annuo è dato dal numero di forni venduti in un anno per il prezzo di vendita del forno.

Quindi:

$$f(x) = (100 + x) \cdot (2000 - 30x)$$

20. La risposta esatta è la B.

Scritta come implicazione, la frase diventa:

il paziente x ha fatto uso di droghe pesanti \Rightarrow il paziente x ha utilizzato anche droghe leggere

In generale l'implicazione $p \Rightarrow q$ è equivalente all'implicazione $\text{non } q \Rightarrow \text{non } p$.

Nel nostro caso:

il paziente x non ha utilizzato droghe leggere \Rightarrow il paziente x non ha fatto uso di droghe pesanti

Oppure si può ragionare in termini di insiemi.

La frase afferma che (in quel dato campione) l'insieme dei pazienti P che ha fatto uso di droghe pesanti è un sottoinsieme dell'insieme L dei pazienti che hanno fatto uso di droghe leggere.

Quindi se un paziente non appartiene all'insieme L , cioè non ha fatto uso di droghe leggere, allora (nel linguaggio quotidiano diremmo "a maggior ragione...") non può appartenere all'insieme P , cioè non ha fatto uso di droghe pesanti.

21. La risposta esatta è la D.

L'unione è costituita dai 6 elementi dell'intersezione, dagli elementi di A che non stanno nell'intersezione, dagli elementi di B che non stanno nell'intersezione.

Se ciascuno dei due insiemi A e B ha esattamente 10 elementi, e almeno 6 elementi appartengono all'intersezione (cioè appartengono ad entrambi gli insiemi), gli elementi di A che non stanno nell'intersezione sono al massimo 4, e lo stesso vale per l'insieme B .

Quindi l'unione contiene al più 14 elementi.

22. La risposta esatta è la A.

Possiamo schematizzare le informazioni, indicando con A l'affermazione "Antonio va al cinema", con B l'affermazione "Bruno va al cinema", con C l'affermazione "Corrado va al cinema".

Le informazioni date si possono quindi sintetizzare così:

- $C \Rightarrow A$
- $\text{non } B \Rightarrow \text{non } A$

Cioè:

$C \Rightarrow A$

$A \Rightarrow B$

Per la transitività dell'implicazione si ha allora anche:

$C \Rightarrow B$

23. La risposta esatta è la C.

Chiamiamo A la frase: "L'Inter ha 3 tifosi", e B la frase "La Roma ha 3 tifosi più dell'Inter".

Supponiamo sia vera la A. Allora la B è falsa. Quindi l'Inter ha 3 tifosi (e la Roma non ha 3 tifosi più dell'Inter, cioè non ha 6 tifosi). I tifosi in tutto sono 8, e quindi la Roma avrà 5 tifosi. Supponiamo sia falsa la A, e sia vera la B. Allora l'Inter non ha 3 tifosi, e la Roma ha 3 tifosi più dell'Inter. Ma il numero totale dei tifosi dev'essere 8, e non esistono due numeri interi che danno somma 8 e differenza 3.

Quindi l'unica possibilità è che la Roma abbia 5 tifosi.

24. La risposta esatta è la C.

L'aumentare di r corrisponde ad un movimento sull'asse delle ordinate (cioè verticale) nel verso della freccia, quello di s ad un movimento sull'asse delle ascisse (cioè orizzontale) nel verso della freccia.

Quando r aumenta, cioè mi muovo sull'asse verticale nel verso della freccia, l'ascissa del punto del grafico corrispondente si muove sull'asse orizzontale nel verso contrario a quello della freccia, quindi s diminuisce.

25. La risposta esatta è la B.

Se x è la misura del lato dei cubetti, per riempire la base quadrata di lato 30 cm occorre che x sia divisore di 30. D'altra parte per riempire il cubo occorre anche che x sia divisore di 50.

Se voglio il numero minimo di cubetti, x dovrà essere il più grande possibile. Quindi x dovrà essere il massimo numero che divide sia 30 che 50 (il massimo comun divisore fra 30 e 50): 10.

Se il cubetto ha lato 10 nella base ce ne staranno 9. Siccome l'altezza è 50, dovrò fare 5 'piani' di cubetti.

In definitiva il numero minimo di cubetti sarà: $9 \cdot 5 = 45$.

10.2 FACCIAMO IL PUNTO

Com'è andata?

Nella tabella che segue riporta analiticamente, domanda per domanda, la correttezza o meno delle tue risposte.

Inoltre evidenzia, per ogni domanda cui non hai saputo rispondere, quali sono le tue difficoltà o dubbi.

Domanda	L'ho risolto correttamente	Non l'ho saputo risolvere	Le mie difficoltà e dubbi riguardano:
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			

20			
21			
22			
23			
24			
25			

A questo punto dovresti essere in grado di valutare quali sono le tue (eventuali) carenze, e quindi dovresti essere in grado di decidere quali argomenti (eventualmente) studiare:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____