

NUMERI REALI.**Data:** _____

1. Risolvi le seguenti equazioni, cioè trova per quali valori reali del numero x sono verificate.

a]
 $x(x - 4) = 0$

b]
 $x^2(x + \pi) = 0$

c]
 $x(x - 1) = 1$

d]
 $\frac{x}{x-1} = 0$

e]
 $\frac{x(2x-1)}{x-1} = 0$

f]
 $\frac{x-3}{x+1} = 3$

Per rispondere alle domande che seguono devi fare riferimento alle proprietà di cui godono le disuguaglianze fra numeri reali. Se ti trovi in difficoltà, puoi consultare il testo o gli appunti. **In ogni caso motiva la risposta.**

2. Riconosci se le seguenti implicazioni sono vere o false.

a] vero falso non so

$$x > -1 \Rightarrow x^2 > 1$$

b] vero falso non so

$$x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$$

c] vero falso non so

$$\frac{1}{x} > 0 \Rightarrow x > 0$$

d] vero falso non so

$$\frac{1}{x-1} > 0 \Rightarrow x-1 > 0$$

e] vero falso non so

$$\frac{1}{x-1} > 1 \Rightarrow x-1 < 1$$

3. Risolvi le seguenti disequazioni, cioè trova per quali valori reali del numero x esse sono verificate.

a]

$$x(x-2) > 0$$

b]

$$x(x+1)(x-3) > 0$$

c]

$$x^2(x-6) > 0$$

d]

$$(x-1)^2(x+2)(x-\sqrt{2}) > 0$$

e]

$$x(x-1) > 2$$

f]

$$\frac{x(x-1)}{x+1} > 0$$

g]

$$\frac{x}{x+1} > 0$$

h]

$$\frac{x}{x+1} > 1$$

4.

Definizione: Si dice estremo superiore di un insieme A di numeri reali il numero λ che è il minimo dei maggioranti di A .

In altre parole λ gode delle due proprietà:

- a) è un maggiorante dell'insieme A
- b) un qualsiasi numero più piccolo di λ non può essere maggiorante di A .

Scrivi le proprietà a) e b) utilizzando quantificatori e disuguaglianze.

Proprietà a):

Proprietà b)

(suggerimento: come puoi rappresentare un numero qualsiasi più piccolo di λ ?)

5. Dai la definizione di estremo inferiore di un insieme di numeri reali.

6. Facendo riferimento all'esercizio 1, quali sono le proprietà che caratterizzano l'estremo inferiore di un insieme di numeri reali?

a)

b)

7. Scrivi usando quantificatori e disuguaglianze le proprietà che caratterizzano l'estremo inferiore di un insieme di numeri reali.

a)

b)

8. Risolvi le seguenti disequazioni, riconoscendo le proprietà delle disuguaglianze fra numeri reali che utilizzi:

a) $\sqrt{x+2} < x$

b) $\sqrt{x+1} > -x$

c) $\sqrt[3]{x-6} < \sqrt[3]{x^2-1}$

d) $|x-8| > 2$

e) $|x+5| < x$

9. Trova (senza dimostrazione) estremo superiore ed estremo inferiore dei seguenti insiemi di numeri reali. Riconosci caso per caso se sono anche massimo o minimo.

a) $\{-8\} \cup]0, 7\pi[$

b) $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}$

c) $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$

d) $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$

e) $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$

10. Utilizzando la caratterizzazione di estremo superiore e inferiore che hai dato negli esercizi 4 e 7, dimostra le tue risposte alle domande c) d) e) dell'esercizio numero 9.