1. In ognuno dei seguenti esercizi verificare se le funzioni date sono soluzioni dell'equazione differenziale scritta accanto:

$a)\ y = ke^{\cos x}$

$y' + (\sin x)y = 0$

$b)\ y = x^2 \quad x > 0$

$y' + \frac{2}{x}y = 4\sqrt{y} \quad x > 0$

$c)\ y = e^{3x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$

$y'' - 6y' + 13y = 0$

$d)\ y = Ae^{x} + Be^{4x} - \frac{3}{2}e^{2x}$

$y'' - 5y' + 4y = 3e^{2x}$

$e)\ y = (2x^2 + 6x + 7)e^{x}$

$y'' - 5y' + 6y = 4x^2e^{x}$

2. Per le equazioni differenziali dei casi *a*, *c*, *d* dell'esercizio precedente trovare la soluzione che verifica la condizione iniziale:

$y(0) = 0$

3. Nell'esercizio 1a che pendenza ha nel punto (0,1) la retta tangente al grafico della soluzione?

4. Trovare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali (fra parentesi quadre la soluzione):

a) $y' - \frac{y}{x} = x \qquad [y = Cx + x^2]$

b) $y' + \frac{2y}{x} = x^3 \qquad [y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{C}{x^2}]$

c) $y' = y$

d) $y' = \frac{x}{y}$

e) $y' = \frac{y}{x}$

f) $y' = y \cdot tgx$

g) $y' = \frac{1}{x^2} - \frac{y}{x}$

h) $y' = e^{x-y}$

5. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

a)
$$\begin{cases} y' + y\,tgx = \cos x \\ y(0) = 0 \end{cases} \qquad [y = x\cos x]$$

b)
$$\begin{cases} y' - y\,tgx = \dfrac{1}{\cos x} \\ y(0) = 0 \end{cases} \qquad [y = \frac{x}{\cos x}]$$

c)
$$\begin{cases} y' + y = e^{2x} \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad [y = \frac{1}{3}e^{2x} + \frac{2}{3}e^{-x}]$$

d)
$$\begin{cases} y' = xy^2 \\ y(1) = -1 \end{cases} \qquad [y = -\frac{2}{x^2+1}]$$

e)
$$\begin{cases} y' = (y-1)(y-2) \\ y(0) = 0 \end{cases} \qquad [y = \frac{2(1-e^x)}{1-2e^x}]$$

f)
$$\begin{cases} y' = y^{\frac{2}{3}} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} y' = y - x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
$[y = x - e^x + 1]$