

**NUMERI REALI (Foglio 1)****Data:** \_\_\_\_\_

**1.** Risolvi le seguenti equazioni, cioè trova per quali valori reali del numero  $x$  sono verificate.

a]  
 $x(x - 4) = 0$

b]  
 $x^2(x + \pi) = 0$

c]  
 $x(x - 1) = 1$

d]  
 $\frac{x}{x-1} = 0$

e]  
 $\frac{x(2x-1)}{x-1} = 0$

f]  
 $\frac{x-3}{x+1} = 3$

Per rispondere alle domande che seguono devi fare riferimento alle proprietà di cui godono le disuguaglianze fra numeri reali. Se ti trovi in difficoltà, puoi consultare il testo o gli appunti.  
**In ogni caso motiva la risposta.**

**2.** Riconosci se le seguenti implicazioni sono vere o false.

a]  vero       falso       non so

$$x > -1 \Rightarrow x^2 > 1$$

b]  vero       falso       non so

$$x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$$

c]  vero       falso       non so

$$\frac{1}{x} > 0 \Rightarrow x > 0$$

d]  vero       falso       non so

$$\frac{1}{x-1} > 0 \Rightarrow x-1 > 0$$

e]  vero       falso       non so

$$\frac{1}{x-1} > 1 \Rightarrow x-1 < 1$$

**3.** Risolvi le seguenti disequazioni, cioè trova per quali valori reali del numero  $x$  esse sono verificate.

a]

$$x(x-2) > 0$$

b]

$$x(x+1)(x-3) > 0$$

c]

$$x^2(x-6) > 0$$

d]

$$(x-1)^2(x+2)(x-\sqrt{2}) > 0$$

e]

$$x(x-1) > 2$$

f]

$$\frac{x(x-1)}{x+1} > 0$$

g]

$$\frac{x}{x+1} > 0$$

h]

$$\frac{x}{x+1} > 1$$

**4.**

**Definizione:** Si dice estremo superiore di un insieme  $A$  di numeri reali il numero  $\lambda$  che è il minimo dei maggioranti di  $A$ .

In altre parole  $\lambda$  gode delle due proprietà:

- a) è un maggiorante dell'insieme  $A$
- b) un qualsiasi numero più piccolo di  $\lambda$  non può essere maggiorante di  $A$ .

Scrivi le proprietà a) e b) utilizzando quantificatori e disuguaglianze.

Proprietà a):

Proprietà b)

(suggerimento: come puoi rappresentare un numero qualsiasi più piccolo di  $\lambda$ ?)

**5.** Dai la definizione di estremo inferiore di un insieme di numeri reali.

**6.** Facendo riferimento all'esercizio 1, quali sono le proprietà che caratterizzano l'estremo inferiore di un insieme di numeri reali?

a)

b)

**7.** Scrivi usando quantificatori e disuguaglianze le proprietà che caratterizzano l'estremo inferiore di un insieme di numeri reali.

a)

b)

**8.** Risolvi le seguenti disequazioni, riconoscendo le proprietà delle disuguaglianze fra numeri reali che utilizzi:

a)  $\sqrt{x+2} < x$

b)  $\sqrt{x+1} > -x$

c)  $\sqrt[3]{x-6} < \sqrt[3]{x^2-1}$

d)  $|x-8| > 2$

e)  $|x+5| < x$

**9.** Trova (senza dimostrazione) estremo superiore ed estremo inferiore dei seguenti insiemi di numeri reali. Riconosci caso per caso se sono anche massimo o minimo.

a)  $\{-8\} \cup ]0, 7\pi[$

b)  $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 < 2\}$

c)  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$

d)  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$

e)  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$

**10.** Utilizzando la caratterizzazione di estremo superiore e inferiore che hai dato negli esercizi 4 e 7, dimostra le tue risposte alle domande c) d) e) dell'esercizio numero 9.