

Scienze della Formazione, Polo di Livorno

a.a. 2010-'11

Laboratorio di Problemi

Incontro 1:

Il problema dei problemi

Rosetta Zan

Dipartimento di Matematica, Pisa

zan@dm.unipi.it

Nel risolvere un problema scolastico molti bambini sembrano procedere *combinando numeri*:

- secondo strategie suggerite da parole presenti nel testo
- secondo schemi risolutivi interiorizzati nella loro precedente esperienza scolastica
- a caso

Sembra mancare:

- controllo sulle strategie
- controllo sui risultati
- un'effettiva ricostruzione della situazione problematica



COMPORAMENTI 'PATOLOGICI'

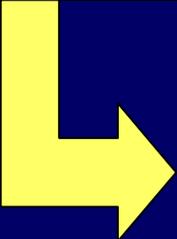
ISRAELE

Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se metti *insieme* una caraffa d'acqua a 10° e una a 40°?”


$$10^{\circ} + 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

GERMANIA

Il signor Lorenz e tre colleghi partono per Bielefeld alle 9 e viaggiano per 360 km fino a Francoforte, con una sosta di 30 minuti.



I bambini delle *ultime* classi ‘rispondono’...

STATI UNITI

Un camion dell'esercito può portare 36 soldati. Se bisogna trasportare 1128 soldati alla loro base, quanti camion servono?

45.000 studenti

"31 col resto di 12" (29%)

"31" (18%)

Su un battello ci sono 36 pecore.
10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?

FRANCIA

...i bambini 'rispondono'!!!!

Il miglior tempo di John nel correre i 100 m è di 17 secondi.

Quanto tempo impiegherà a correre 1 chilometro?

BELGIO



- Più del 95% delle risposte:

$17 \times 10 = 170$ secondi

- 3% sono risposte 'realistiche':

- È impossibile rispondere con precisione

- Circa 3 minuti e mezzo

- Sicuramente più di 170 secondi

PROBLEMA
SCOLASTICO

PROBLEMA
REALE

...a livello di processi risolutivi:

- razionali nel caso reale...
- ...irrazionali nel caso scolastico

Attività 1.1 (individuale)

- Dare una definizione di problema
- Fare un esempio di problema scolastico
- Fare un esempio di problema reale

Attività (individuale)

- Dare una definizione di problema

Che cos'è un problema?

“Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.”

[Duncker, 1945]

Attività 1.2 (a gruppi)

**Individuare le principali
differenze fra:**

- l'esempio di problema scolastico
- e l'esempio di problema reale

PROBLEMA SCOLASTICO



Carlo compra 1 quaderno e due penne
spendendo in tutto 2 €. Se una penna
costa 0,6 €, quanto costa il quaderno?

PROBLEMA REALE



Torno a casa e mi accorgo di non avere le chiavi.

Carlo compra 1 quaderno e tre penne spendendo in tutto 3,5 euro. Se una penna costa 0,75 euro, quanto costa il quaderno?

Sono elencati tutti (e soli) i dati che servono.

L'esplicitazione dell'obiettivo da raggiungere è in fondo: la DOMANDA

Si devono risolvere problemi per qualcuno che ne conosce la soluzione

Bastano pochi minuti per risolverlo.

Non si può interagire con la realtà.

Bisogna utilizzare le ultime conoscenze apprese di matematica.

Ci sono dati numerici, e 'belli'.

Torno a casa e mi accorgo di non avere le chiavi.

L'individuazione dei dati è a carico del solutore

L'esplicitazione dell'obiettivo da raggiungere è implicita, o è all'inizio

Si affrontano in genere problemi che non sono già stati risolti.

Non è detto che si possa risolvere, e quanto tempo ci vuole.

C'è un'interazione continua con la realtà

Non si sa a priori quali tipi di risorse dovranno essere utilizzate.

Se ci sono dati numerici, non sono necessariamente 'belli'.

PROBLEMA SCOLASTICO

Sono elencati tutti (e soli) i dati che servono.

L'esplicitazione dell'obiettivo da raggiungere è in fondo: la DOMANDA

Si devono risolvere problemi per qualcuno che ne conosce la soluzione

Bastano pochi minuti per risolverlo.

Non si può interagire con la realtà.

Bisogna utilizzare le ultime conoscenze apprese di matematica.

Ci sono dati numerici, e 'belli'.

TESTO

SCELTE DIDATTICHE

...DELL'INSEGNANTE

Interpretazione 1.

- Gli stereotipi dei problemi verbali standard, sia legati alla formulazione che alla struttura matematica.

- nei problemi verbali standard sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- i dati numerici presenti, così come quelli dei risultati, sono 'addomesticati';
- in genere la complessità è ridotta, perché la difficoltà che ne segue è vista come un ostacolo alla produzione di risposte corrette piuttosto che come occasione di attivare processi di pensiero significativi.

Interpretazione 1.

- Gli stereotipi dei problemi verbali standard, sia legati alla formulazione che alla struttura matematica.
- Le norme implicite ed esplicite che regolano l'attività matematica in classe (il cosiddetto *contratto didattico*).

- Gli stereotipi
sia legati alla
matematica
- Le norme
regolano
cosiddetti

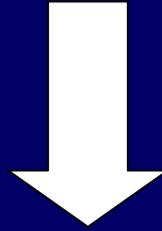
- i problemi che l'insegnante assegna sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese a scuola in un periodo 'abbastanza' vicino
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà;
- l'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

Interpretazione 1.

- Gli stereotipi dei problemi verbali standard, sia legati alla formulazione che alla struttura matematica.
- Le norme implicite ed esplicite che regolano l'attività matematica in classe (il cosiddetto *contratto didattico*).
- Le convinzioni e le aspettative che i bambini costruiscono interpretando l'attività con i problemi, che sono quindi fortemente influenzate dai due aspetti precedenti.

- Ogni problema che l'insegnante propone o che c'è nel libro di testo si può risolvere ed ha senso.
- Per ogni problema c'è solo una risposta corretta.
- Questa risposta si può e si deve ottenere facendo una o più operazioni matematiche utilizzando (tutti) i numeri del problema.
- Un problema o lo risolvi subito o non lo risolvi più.
- Le persone, gli oggetti, i luoghi, le storie ecc. che trovi in un problema sono diversi da quelli che trovi nella vita reale, e non preoccuparti (troppo) se la tua conoscenza o le tue intuizioni riguardo al mondo reale sono in contrasto con la situazione descritta nel problema.

bambini costruiscono interpretando l'attività con i problemi, che sono quindi fortemente influenzate dai due aspetti precedenti.



Le convinzioni dei bambini:

- sui problemi scolastici**
- sui problemi reali**

Fai un esempio di problema

250 bambini

250 bambini

Che cos'è per te un problema?

Cosa ti fa venire in mente
la parola 'problema' ?

750 bambini

250 bambini

problema reale / problema scolastico

C'è un problema addosso alla gente, c'è un problema che si fa sul quaderno. [5.120B]

Per me un problema è una preoccupazione, oppure un testo di matematica da risolvere, secondo che in che discorso si mette questa parola. [5.105B]

dissociazione totale

problema reale / problema matematico

mi fa venire in mente problema di una storietta corta dove finita la storia bisogna risolverla e quando non riesco a concentrarmi sul problema mi immagino sempre: ecco perchè l'hanno chiamata problema. [4.14C]

Un esempio di problema può essere quello di un problema di matematica che non mi riesce.
[5.39A]

**problema matematico:
problema reale per chi non lo sa risolvere!**

La parola problema mi fa venire in mente:
Problemi famigliari, problemi di scuola, problemi fra
uomini o amici, problemi di malattia inguribile. [4.141C]

Mi fa venire in mente, un problema di scuola, o un
problema per la macchina, un problema per la
pancia, o un problema per la casa. [4.143C]

**‘problema’:
etichetta linguistica**

Per me un problema (in matematica) è un problema di una persona però da risolvere in numeri (...) e invece in italiano un problema è così: la mamma le casca il passeggino e il bimbo si fa male. Questo per me è un problema in italiano. [3.18B]

Una persona che deve sistemare 40 bottiglie su due scaffali in parti uguali deve calcolare e poi mettere la somma; all'inizio per questa persona era un problema. [3.122B]

Secondo me un problema è una difficoltà che delle persone possono avere, e noi attraverso un testo dobbiamo risolverlo. [4.22B]

**problema matematico:
caso particolare del problema reale**

Alice :

Ogni parete 12m^2 , per quattro che sono le pareti, 48m^2 .

48m^2 diviso 10 m^2 viene...4,8

questo 4,8 va moltiplicato per 8000 £ ... viene 38400 £ .

Mamma! ...ma non è vero!

E' un 'problema'...

Problema:

Un signore deve tinteggiare una stanza quadrata di 3m di lato.

La stanza è alta 4m .

Con un barattolo di tinta, dal costo di $£ 8000$, si tinge una superficie di 10 m^2 .

Quanto spenderà quel signore per tinteggiare la stanza?

**Come si riconosce un problema
di matematica?**

Per me un problema è una scritta dove ci sono i numeri. [2.a]

FORMALISTI

Per me un problema è dove bisogna pensare a se dividere, moltiplicare, addizionare, togliere i seguenti numeri [4.a]

OPERATIVI

*Per me un problema
è un esercizio per la mente [5a]*

STRUTTURALI

*Il problema è una cosa che si fa
sul quaderno a quadretti [4a]*

PRAGMATICI

I problemi sono numeri e parole mischiati insieme. Addirittura mettono i punti perché sennò il discorso non finisce più.

*I dati è dove scrivi le informazioni per poi fare il conto, il grafico invece fa fare il conto per sapere il risultato, la domanda fa pensare per poi dopo rispondere, **la risposta ti fa usare le parole della domanda ma non tutte sennò avresti fatto la domanda.** [Lorenzo, 3a]*

PRAGMATICI

Un problema è una storia che si fa in matematica. [2.a]

NARRATIVI

Per me un problema è un tema di matematica. [3.a]

Interpretazione 1.

- Gli stereotipi dei problemi verbali standard, sia legati alla formulazione che alla struttura matematica.
- Le norme implicite ed esplicite che regolano l'attività matematica in classe (il cosiddetto *contratto didattico*).
- Le convinzioni e le aspettative che i bambini costruiscono interpretando l'attività con i problemi, che sono quindi fortemente influenzate dai due aspetti precedenti.

Interpretazione 2.

Molte difficoltà incontrate dai bambini sembrano riguardare la fase di

rappresentazione

(comprensione del problema)

- Soprattutto in presenza di un testo sintetico molti bambini sembrano evitare la rappresentazione della situazione, per fare inferenze direttamente dal testo:
 - cercano parole chiave e poi scelgono le operazioni con cui combinare i dati numerici
 - guardano i numeri, e da quelli risalgono all'operazione 'giusta'
 - decidono se la risposta dev'essere maggiore o minore dei numeri dati e scelgono le operazioni di conseguenza
- In presenza di un testo ricco e pieno di dettagli molti bambini sembrano 'perdersi' in particolari irrilevanti.

PROBLEMA

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

All'arancia

Perché? **Perché è il suo gusto preferito**

Perché ha guardato

PROBLEMA

Ogni volta che va a trovare i nipotini Elisa e Matteo, nonna Adele porta un sacchetto di caramelle di frutta e ne offre ai bambini, richiedendo però che essi prendano le caramelle senza guardare nel pacco.

Oggi è arrivata con un sacchetto contenente 3 caramelle al gusto di arancia e 2 al gusto di limone.

Se Matteo prende la caramella per primo, è più facile che gli capiti al gusto di arancia o di limone?

All'arancia

Perché?

Se Matteo prendeva quella al limone ne rimaneva una sola e invece è meglio prenderla all'arancia

Problema (P.L. Ferrari)

In una casa è stato rotto un vaso cinese. In quel momento si trovano in casa in 4 ragazzi: Angelo, Bruna, Chiara e Daniele. Al ritorno, la padrona di casa vuol sapere chi ha rotto il vaso e interroga i 4, uno alla volta. Ecco le dichiarazioni di ciascuno:

- Angelo: 'Non è stata Bruna'
- Bruna: 'E' stato un ragazzo'
- Chiara: 'Non è stato Daniele'
- Daniele: 'Non sono stato io'

Sai scoprire chi è il colpevole? Attenzione, però: delle 4 testimonianze, 3 corrispondono alla verità mentre 1 è falsa.

Chi ha rotto il vaso cinese? Spiega come hai fatto a trovare la risposta.

- ‘Angelo’: ‘non è discolpato da nessuno’
- ‘Chiara’: ‘non è nominata da nessuno perché vogliono coprirla’
- ‘Daniele’: ‘Si discolpa, quindi probabilmente è stato lui.’

- Bruna: ‘E’ stato un ragazzo’
- Chiara: ‘Non è stato Daniele’
- Daniele: ‘Non sono stato io’

Sai scoprire chi è il colpevole? Attenzione, però: delle 4 testimonianze, 3 corrispondono alla verità mentre 1 è falsa.

Chi ha rotto il vaso cinese? Spiega come hai fatto a trovare la risposta.

Interpretazione 2.

Molte difficoltà incontrate dai bambini sembrano riguardare la fase di

rappresentazione

(comprensione del problema)

In questo laboratorio affronteremo...

La complessità del processo di

rappresentazione

nei problemi scolastici standard