

CALCOLO COMBINATORIO**Data:** _____**1.** Calcolare:

$$\binom{5}{2} \quad \binom{7}{3} \quad \binom{11}{2} \quad \binom{13}{10}$$

2. Dimostrare per induzione che per ogni naturale n maggiore o uguale a 2 risulta:

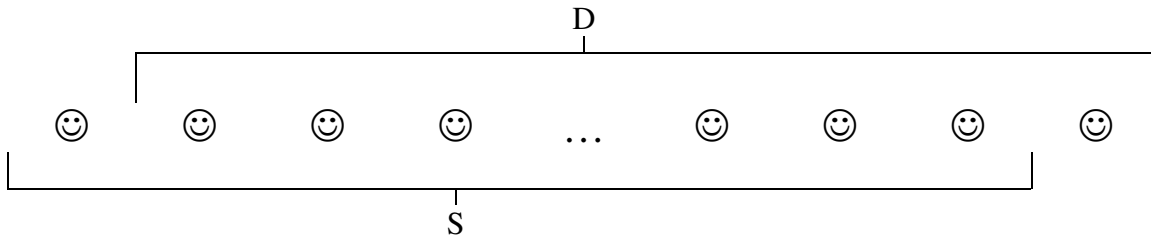
$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \dots \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n}$$

3.a) Trovare il coefficiente di a^2b^5 nello sviluppo di $(2a+3b)^7$ b) Trovare il coefficiente di b^4 nello sviluppo di $(-a^2+3b)^6$ c) trovare il coefficiente di x^3 nello sviluppo di $(a^2x-2b^2)^5$ **4.** Scrivere la 9^a riga del triangolo di Pascal.**5.** Nel triangolo di Pascal somma tutti gli elementi di una riga, a partire da $n=0$ fino a $n=5$. Puoi congetturare qual è il risultato per la riga corrispondente a n ? *Saresti dimostrare la tua congettura?**6.** Trova tutte le permutazioni dei numeri 1 2 3 4.**7.** Quanti sono i numeri con tre cifre tutte distinte che si possono formare con le cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?**8.** Fra i numeri dell'esercizio precedente, quanti hanno 5 come prima cifra?**9.** Quanti sono i numeri di quattro cifre tutte diverse che si possono formare con le dieci cifre decimali?

***10.** Qui di seguito è riportata la dimostrazione per induzione del fatto che *tutti i neonati hanno gli occhi dello stesso colore*. Si tratta evidentemente di una dimostrazione sbagliata: ma dov'è l'errore?

Teorema: Tutti i neonati hanno gli occhi dello stesso colore.

DIMOSTRAZIONE: $n = 1$ è ovvio. Supponiamo ora che in ogni insieme di n neonati tutti abbiano occhi dello stesso colore. Consideriamo un insieme di $n+1$ neonati:



Possiamo supporre per induzione che nell'insieme S degli n neonati di sinistra tutti abbiano lo stesso colore di occhi, ed analogamente nell'insieme D degli n neonati di destra. Ma evidentemente tutti gli $n+1$ neonati hanno occhi dello stesso colore, in quanto quello all'estrema destra ed all'estrema sinistra li hanno dello stesso colore dei neonati del centro.

Per induzione, per ogni n , in ogni insieme di n neonati tutti hanno occhi dello stesso colore. Siccome l'insieme di tutti i neonati è uno di tali insiemi, il teorema è dimostrato.

□

****11.** Sia A un insieme finito, e $P(A)$ l'insieme costituito da tutti i sottinsiemi di A .

Dimostrare che se A ha n elementi, $P(A)$ ha 2^n elementi.