Analisi 3 - Corso di Laurea in Fisica (A.A. 2016/2017)

Prova scritta del 07 Aprile 2017

Cognome:___________________________________
Nome:_______________________________________

Matricola:___________________________

Esercizio 1 Sia data la funzione

$$F(x,y,z) = \int_x^z e^{-yt^2} dt - 1$$

- provare che esiste $r > 0$ ed una funzione $\varphi : B_r(0,0) \to \mathbb{R}$ di classe C^∞, dove $B_r(0,0) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 < r^2\}$, tale che
$$\varphi(0,0) = 1 \text{ e } F(x,y,\varphi(x,y)) = 0 \quad \forall (x,y) \in B_r(0,0);$$
- calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di φ nel punto $(0,0,1)$;
- calcolare la matrice Hessiana della funzione φ nel punto $(0,0)$.

Esercizio 2
Calcolare l'equazione del piano Π tangente alla sfera

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3\}$$

nel punto $(0,0,0)$. Indichiamo con Σ_+ e Σ_- i due semispazi individuati da Π, ossia $\mathbb{R}^3 \setminus \Pi = \Sigma_+ \cup \Sigma_-$ e supponiamo che Σ_+ sia scelto in modo tale che $(-1,-1,-1) \in \Sigma_+$. Calcolare il volume di Ω dove

$$\Omega = \{(x,y,z) | x^2 + y^2 \leq 1, z \geq 0\} \cap \Sigma_+.$$

Esercizio 3 Sia data nel piano (x,z) la circonferenza

$$\mathcal{C} = \{(x,z) | (x-2)^2 + z^2 = 1\}.$$

Calcolare l'area della superficie Σ ottenuta ruotando $\mathcal{C}$ intorno all'asse z.