

## Massimi e minimi vincolati

### MASSIMI E MINIMI VINCOLATI SU INSIEMI COMPATTI

**Esercizio 1.** Trovare il massimo ed il minimo della funzione  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sull'insieme  $D \subset \mathbb{R}^2$ .

$$(1) F(x, y) = x^2 - y^2, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\};$$

$$(2) F(x, y) = x^2 - 2y, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\};$$

$$(3) F(x, y) = xy + y, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\};$$

$$(4) F(x, y) = xy - x, \quad D = \overline{B}_1(1, 0).$$

**Esercizio 2.** Trovare il massimo ed il minimo della funzione  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sull'insieme  $D \subset \mathbb{R}^2$ .

$$(1) F(x, y) = x + y, \quad D = \{(x, y) : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - x^2\};$$

$$(2) F(x, y) = x - 2y, \quad D = \{(x, y) : 2(x^2 - 1) \leq y \leq 2(1 - x^2)\};$$

$$(3) F(x, y) = x - y, \quad D = \{(x, y) : 3(x^2 - 1) \leq y \leq \frac{1}{3}(1 - x^2)\};$$

$$(4) F(x, y) = x^2 + x + y, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 1 - x^2\};$$

$$(5) F(x, y) = x^2 + x + 2y, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 1 - x^2\}.$$

**Esercizio 3.** Trovare il massimo ed il minimo della funzione  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sul triangolo chiuso  $T$  con vertici  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

$$(1) F(x, y) = 2xy + x, \quad A = (1, 0), B = (0, 0), C = (0, 1);$$

$$(2) F(x, y) = x^2 - 2xy, \quad A = (1, 0), B = (0, 1), C = (-1, -1);$$

$$(3) F(x, y) = x^2 + xy - y - 2x, \quad A = (0, 1), B = (0, -1), C = (2, 0).$$

### MASSIMI E MINIMI VINCOLATI SU INSIEMI ILLIMITATI

**Esercizio 4.** Trovare l'estremo inferiore, l'estremo superiore, il massimo ed il minimo della funzione  $F$  sull'insieme  $D \subset \mathbb{R}^2$ .

$$(1) F(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2x, \quad D = \{(x, y) : x + y \geq 1\};$$

$$(2) F(x, y) = 2x^2 - y^2 + 2x, \quad D = \{(x, y) : x + y \geq 1\};$$

$$(3) F(x, y) = x^2 - y^2 - x + y, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x \leq 2y\};$$

$$(4) F(x, y) = xy - y^2 + y, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 2x\};$$

$$(5) F(x, y) = xy - y^2 + y - \frac{3}{2}x, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 2x\};$$

$$(6) F(x, y) = x^2 + 2xy, \quad D = \{(x, y) : x \geq y^2\}.$$