Richiamo a disequazioni:

Dire per quale diseguaglianza sono vere

$$\frac{X+1}{X^2-4} < \frac{1}{X}$$

$$\frac{|X-3|}{X(X+1)} > 1$$

Richiami sul limite di una successione e confronti fra successioni

Esempi svolti:
confrontiamo le successioni $\{\sqrt{n}\}$e $\{a^n\}$

$$\frac{\sqrt{n}}{a_n} \Rightarrow 0$$

accenno di dimostrazione..:
. *posto* a = 1+h con h > 0,

$$\frac{\sqrt{n}}{(1+h)} \le \frac{\sqrt{n}}{1+nh} \le \frac{1}{h\sqrt{n}} \Rightarrow 0$$

a_n e' di infinito di ordine superiore a $\sqrt{n}$.

$$\lim_{x\to\infty} na^{-n} = 0$$

ci si riduce al caso precedente scrivendo $na^{-n} = \left(\sqrt{n}b^{-n}\right)^k$

con $b=a^{1/k}$.

osservo che per ogni α>0, applicando i risultati precedenti e per il teorema del confronto ottengo

$$\lim_{x\to\infty} n^{\alpha}a^{-n} \Rightarrow 0.$$

se al posto di n c ‘e una successione qualsiasi (Pn) divergente a $+\infty$ irisultati precedenti sussistono ancora.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{p^{\alpha}{}_n}{a^{p_n}} = 0$$

(accenno di dim: $\frac{\sqrt{p_n}}{a^{p_n}} = \frac{\sqrt{p_n}}{(1+h)^{p_n}} \le \frac{\sqrt{p_n}}{(1+p_n h)} \le \frac{1}{h\sqrt{p_n}} + \frac{1}{hp_n} \Rightarrow 0.$)

esercizio:

trovare il limite Sup, se esiste, delle seguenti successioni:

$$\frac{n^2}{n^2+1};$$

$$\sqrt[n]{n^2};$$

$$\sum_{1}^{n} \cos kh$$

$$\sum_{k=1}^{n} k$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2$$