

ISTRUZIONI

a: dopo aver scritto nome cognome e numero di matricola,

b: giustificando i principali passaggi si risolvano i seguenti esercizi riportando le soluzioni sul presente foglio:

c: l'unico da consegnare.

ESERCIZIO 1 Si calcoli l'area del grafico della funzione $f(x, y) = xe^y$ sul dominio

$$1 \leq e^{2y} + x^2 e^{2y} \leq 4, \quad |x| \leq 1$$

[Si consiglia un primo cambiamento di variabili: $u = e^y$, $v = xe^y$]

ESERCIZIO 2 Si trovino la soluzione del problema differenziale:

$$\begin{cases} x''(t) = x(t) - 9 \\ x(-1) = x(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

2) Soluzione particolare dell'equazione $\bar{x}(t) \equiv g$
 Soluzioni dell'omogenea associata $a e^t + b e^{-t}$
 Soluzioni dell'equazione $a e^t + b e^{-t} + g = x(t)$

Imponendo le condizioni:

$$\begin{cases} a e + \frac{b}{e} + g = \frac{1}{2} \\ \frac{a}{e} + b e + g = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} a e + \frac{b}{e} = -\frac{17}{2} \\ \frac{a}{e} + b e = -\frac{17}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a e + \frac{b}{e} = -\frac{17}{2} \\ \frac{a}{e} + b e = a e + \frac{b}{e} \end{cases} \quad \begin{cases} " \\ a(\frac{1}{e} - e) = b(\frac{1}{e} - e) \end{cases} \quad \begin{cases} " \\ a = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(e + \frac{1}{e}) = -\frac{17}{2} \\ a = b \end{cases} \quad a = -\frac{e}{e^2+1} \frac{17}{2}$$

$$x(t) = -\frac{e^{1+t}}{e^2+1} \frac{17}{2} - \frac{e^{1-t}}{e^2+1} \frac{17}{2} + 9$$