MATEMATICA
Anno Accademico 2005-2006
Scienze Geologiche
M.Novaga, V.M. Tortorelli

III prova finale, 12 giugno 2006

I PARTE: si dia la risposta alle seguenti domande senza giustificazione

---

1 - Si trovi la minima distanza dei punti dell'insieme piano definito da $x^2 + 2y^2 = 1$ dal punto $(1, 1)$.

R.:

2- Si trovi il coseno dell'angolo di incidenza tra l'insieme definito da $z^2 = 1 + x^2 - y^2$ e il piano definito da $x + 2y + 3z = 0$ in $(1, 1, -1)$.

R.:

3- Si calcoli l'area della superficie nello spazio definita da $z = x^2 - y^2$ e $x^2 + y^2 \leq 1$.

R.:

4- Si trovino tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y''(t) - 2y'(t) + y(t) = 1$

R.:

II PARTE: si risponda alla seguenti domande dando esaurienti giustificazioni

a) Si consideri T la parametrizzazione in coordinate polari della sfera unitaria di centro l'origine. Sia M la matrice Jacobiana si esprima in termini delle coordinate (a, b), (α, β) il prodotto scalare tra i due vettori di $\mathbf{R}^3$ $M\binom{a}{b}$ e $M\binom{\alpha}{\beta}$.

b) Si consideri N la matrcie Jacobiana della composizione tra la parametrizzazione in coordinate polari e la proiezione stereografica dal "polo nord" sul piano tangente al "polo sud" per una sfera di centro l'origine e raggio unitario. Si esprima come sopra il prodotto scalare tra i due vettori di $\mathbf{R}^2$ $N\binom{a}{b}$ e $N\binom{\alpha}{\beta}$. Si deduca che la proiezione stereografica mantiene gli angoli tra le tangenti a curve incidenti.

c) Si provi che la proiezione steregrafica conserva il rapporto tra area e perimetro al quadrato tra i triangoli del piano di proiezione e le rispettive preimmagini.
