

Corso di Matematica per Scienze geologiche - anno 2003-04
Secondo compito - 17 dicembre 2003 - Tema n.2

Esercizio 1 Determinare il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right)^2$.

Esercizio 2 Per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{n}$ è convergente?

Esercizio 3 Calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow -\infty} 10^{-x^2-2x}$.

Esercizio 4 Quante soluzioni reali ha l'equazione $e^{-99x} - x^{99} = 0$?

Esercizio 5 Posto $f(x) = x^3 - 3^{-x}$, verificare che f è bigettiva su \mathbb{R} , con inversa derivabile, e scrivere $(f^{-1})'(-1)$.

Esercizio 6 Stabilire se la funzione $f(x) = \ln(e^x + \sin x)$ ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$, oppure no.

Esercizio 7 Determinare, se esistono, i massimi e i minimi relativi della funzione $f(x) = \ln(2 \cos x + |x| + 2)$.

Esercizio 8 Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x & \text{se } x \leq -1 \\ \pi a + be^{-x} & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

sia derivabile con derivata continua su \mathbb{R} .

Esercizio 9 In quali intervalli di \mathbb{R} la funzione $f(x) = |x^2 + x - 2|$ è decrescente e convessa?

Esercizio 10 Calcolare l'integrale $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos t + 1}{\cos t - 1} \sin t \, dt$.