

Analisi Matematica I per Ing. Gestionale 2012-2013

Primo gruppo di esercitazioni V. M. Tortorelli : I.T

[44S] M. Ghisi, M. Gobbino "Schede di A. M."

[44E] " " "Esercizi di A. M. (parte A)"

[FM] A. Faedo, L. Modica "Analisi I: lezioni"

[ABC] E. Acovi, G. Buttarzo "A. M. ABC 1. fun. di una var."

Teoria relativa nei testi indicati e svolta a lezione

- Ripasso nozioni e tecniche dalle Scuole secondarie: disequazioni... trigonometria...

[44S] pagg. 10-31, [44E] pagg. 10-15, [ABC] pagg. 44-49.

- Notazioni e concetti logico-insiemistici

[44S] pagg. 34-35, [FM] pagg. 1-9, [ABC] pagg. 40-41.

- Funzioni e concetti collegati

[44S] pagg. 37-39, 45-47, [44E] pagg. 18-21, 42-45

[FM] pagg. 26-36, [ABC] pagg. 1-14.

NOTA : in tutto il capitolo 3 di [44E] vi sono altri esercizi riguardanti gli argomenti sopra accennati.

NOTA : sulla base di queste indicazioni e del lavoro in aula sarà semplice trovare molti altri esercizi in variati testi.

Quali sono i domini delle funzioni definite dalle seguenti espressioni?

$$\sqrt{x-4}, \sqrt{|z-4|}, \sqrt{|x|-4}, \sqrt{x^2-4}$$

$$\log \sqrt{1+x}, \sqrt{\log(1+x)}, \log(1-\sqrt{x}), \sqrt{\log \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}}$$

$$\frac{x^2-1}{x-1}, x+1, \frac{x^2-2x+1}{x-1}, \frac{1}{1+\lg x}$$

Risolvere le seguenti equazioni:

$$x^2 + 3x + 2 = 0, \quad x^3 - 5x^2 - x + 5 = 0,$$

$$\frac{\sin x}{\sqrt{(x-8)(10-x)}} = 0, \quad \frac{\sin x}{\log(x-7)} = 0,$$

$$\tan x + \sin 2x = 4 \sin x, \quad \sqrt{x^2+1} - 1 = \sqrt{x^2-1}$$

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$|x-1| > 3, \quad x^2 + 6x + 5 < 0, \quad \frac{x^2 + x + 1}{x-1} > 0$$

$$\frac{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1}{x+1} < 0, \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{6x+2} + \sqrt{x+3} > 0$$

$$\frac{x-1}{x+1} \leq \frac{x-2}{x+2}, \quad \begin{cases} x+y > 0 \\ y-x > 0 \end{cases}, \quad \log(x^2 + 6x + 5) > 0$$

$$\frac{\sin x}{\log(x-7)} > 0, \quad \sin x > \frac{1}{2}, \quad \sin(x^2) < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cos^2 x + \sin 2x \geq 1$$

Si determini la distanza dei punti di coordinate cartesiane (x, y) che verificano l'equazione $3x - 2y + 1 = 0$ dal punto di coordinate $(1, 1)$.

• Descrivere il seguente $\{x \in \mathbb{R} : \frac{3x-1}{x+1} > 0\}$ in termini di unioni, intersezioni, differenze di insiemi definiti da equazioni o disequazioni di primo grado.

• Esplicitare l'insieme delle soluzioni di $\frac{3x-1}{x+1} \geq 0, x \in \mathbb{R}$ in termini di unioni di intervalli (segmenti o semirette).

NOTA $A \cap C = \{x \in C : x \in A\}, \emptyset = \{x \in C : x \neq x\}$

NOTA Se $A(x), B(x)$ sono proprietà (di cui si può dire se sono vere o false per gli elementi x di un insieme C) definendo

$A = \{x \in C : A(x) \text{ è vera}\} \quad B = \{x \in C : B(x) \text{ è vera}\}$

si ha

$A \cup B = \{x \in C : A(x) \text{ è vera } \boxed{\text{e}} \text{ (anche) } B(x) \text{ è vera}\}$

$A \cap B = \{x \in C : A(x) \text{ " } \boxed{\text{e}} \text{ " } B(x) \text{ " }\}$

$A \setminus B = \{x \in C : A(x) \text{ " } \boxed{\text{e non}} \text{ " } B(x) \text{ " }\}$

• Si consideri la proposizione: "Se piove allora esco e uso l'ombrello", a quali delle seguenti corrisponde la sua negazione logica:

"Se non piove allora o non esco o non uso l'ombrello",

"Se non esco usando l'ombrello allora non piove",

"Piove ed esco senza usar l'ombrello",

"Piove e o sto in casa o non uso l'ombrello",

"Se non esco o non uso l'ombrello allora non piove",

• Si scrive in simboli la proposizione

"Per ogni λ più grande di 3 l'equazione $3\lambda x = 0$ ha almeno una soluzione."

Si neghi la formula ottenuta, e usando le regole sui quantificatori e sui connettivi si trasformi tale negazione. Infine si "ritraduca" a parole quanto ottenuto.

• Partendo dai grafici delle funzioni elementari si disegnino i grafici delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{x-1}{x-1} - 1, \quad f(x) = \sqrt{x^2}, \quad f(x) = 3x-2$$

$$f(x) = x^2 - 2x, \quad f(x) = \frac{1}{(x-1)^2 - 1}, \quad f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$f(x) = \sqrt{2x-1}, \quad f(x) = 2\sqrt{x-1}, \quad f(x) = \sqrt[3]{x^3}$$

$$f(x) = \log(x-1), \quad f(x) = \log|x-1|, \quad f(x) = \log(|x|-1)$$

$$f(x) = |\log(x-1)|, \quad f(x) = e^{x+1} - 1, \quad f(x) = e^{3x+3} - 1$$

$$f(x) = 3(e^{x+1} - 1), \quad f(x) = x^2 + 2x - 3 \text{ [QUADRATO]}$$

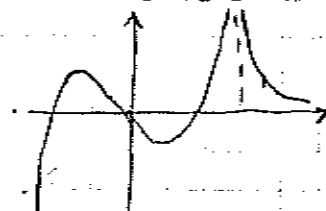
$$f(x) = \frac{x+2}{3x+4}$$

• Si disegnino approssimativamente i grafici delle funzioni calcolate da

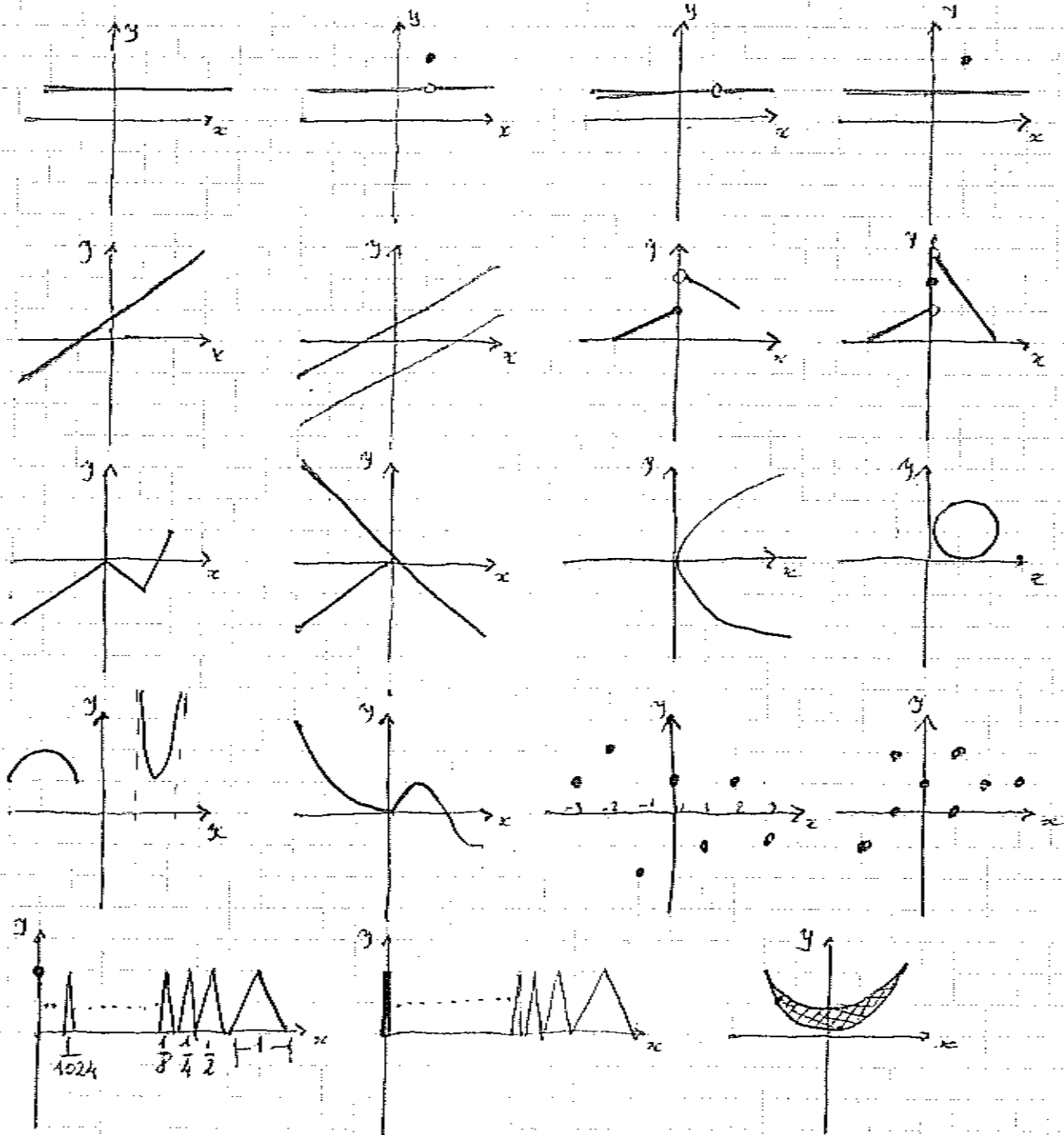
$$x^4 - 2x^2, \quad (x-1)(x-3)(x-5), \quad ||x+8| - 3|$$

$$\sin(2|x|), \quad \sin(\frac{1}{2}|x|), \quad \sin(x^2), \quad x^2 - 2|x|$$

• Si risolva graficamente $f(x) \geq x$ essendo il grafico di $y = f(x)$ il seguente



• Quali tra i seguenti disegni corrispondono a un grafico di funzione con valori reali y , di una variabile reale x [o punto mancante]



• Tra quelli che rappresentano una funzione si ricalchi il dominio, quindi l'immagine.

• Quali sono quelle iniettive?