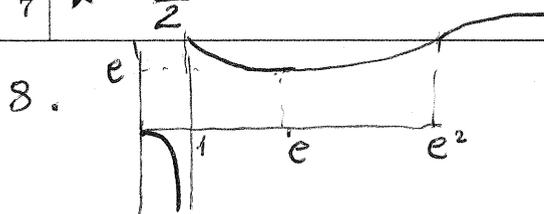


COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo con nome e cognome, numero di matricola ed anno di immatricolazione;
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da •;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1		3	
2			
4	$-\frac{1}{1-\cos x}$	$\cos x e^{\sin x}$	$15x^{14} \sin(14x+13) + 14x^{15} \cos(14x+13)$
5	0	$-\infty$	1
6	6		
7	$x^2 - \frac{x^4}{2}$		



9. $\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ 12/5 & 5 \end{pmatrix}$

10. $\frac{27}{8}$

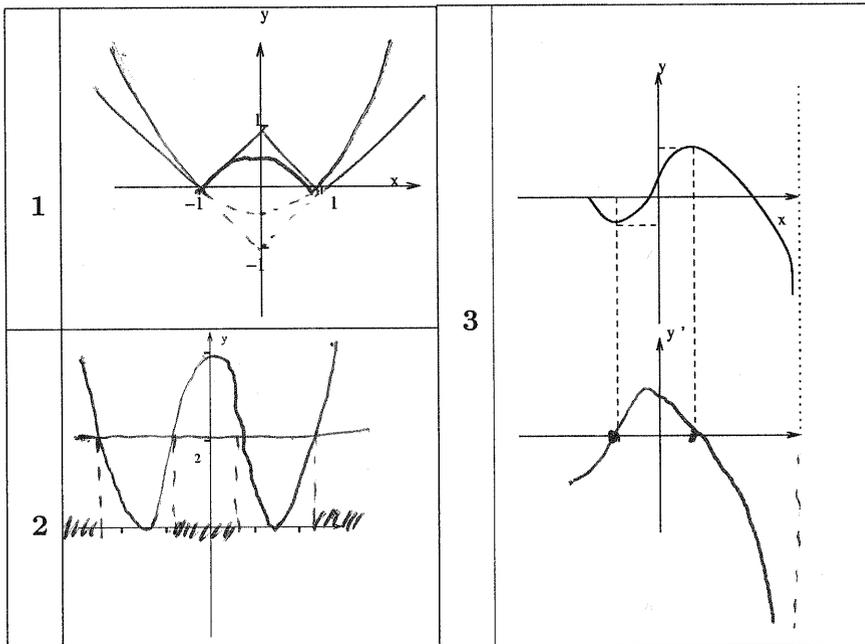
Per il tipo di risoluzione vedere la versione B

Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,
 Scienze Ecologiche e della Biodiversità
 Jimmy A. Mauro, Vincenzo M. Tortorelli
 II prova in itinere C: 28 Novembre 2008

COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo con nome e cognome, numero di matricola ed anno di immatricolazione;
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da •;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

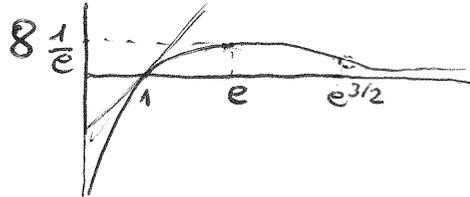


4	$\frac{1}{1 - \sin x}$	$2xe^{x^2+1}$	$17x^{16} \sin(16x+15) + 16x^{17} \cos(16x+15)$
---	------------------------	---------------	-------------------------------------------------

5	0	+∞	0
---	---	----	---

6	2
---	---

7	$1 - x^2$
---	-----------



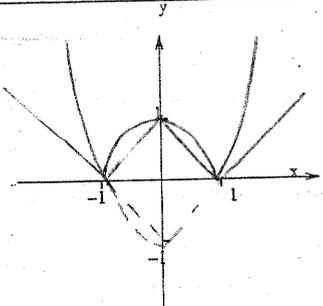
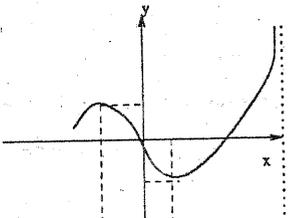
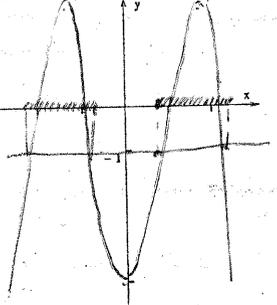
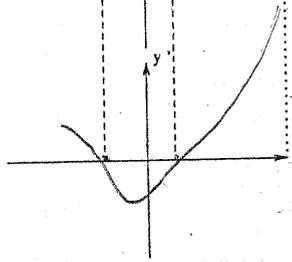
9 $\begin{pmatrix} -5 & 10 \\ -12/5 & 5 \end{pmatrix}$

10. $\frac{125}{8}$
 Per il tipo di risoluzione vedere la versione B

COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo con nome e cognome, numero di matricola ed anno di immatricolazione;
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da •;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1			3	
				
4	$-\frac{1}{1-\cos x}$	$-\sin x e^{\cos x}$	$16x^{15} \sin(15x+14) + 15x^{16} \cos(15x+14)$	
5	NON ESISTE	$+\infty$		1
6	2			
7	$\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}$			

ESERCIZIO n. 1 Si tracci il grafico di $||x| - 1|$ in sovrapposizione a quello di $|x^2 - 1|$.

ESERCIZIO n. 2 Si determinino graficamente le soluzioni di $(1-x)(x-2)(x+1)(x+2) \geq -1$

ESERCIZIO n. 3 Si riporti sotto il grafico disegnato un grafico compatibile con quello della funzione derivata.

ESERCIZIO n. 4 Calcolare la derivata delle seguenti funzioni e riportarla nell'ordine:

a) $\frac{\sin x}{1 - \cos x}$, b) $e^{\cos x}$, c) $x^{16} \sin(15x + 14)$.

ESERCIZIO n. 5 Calcolare i limiti seguenti e riportarli nell'ordine:

a) $\frac{1 - \cos x}{\sin x}$, $x \rightarrow \pi$,

b) $\frac{2e^x + xe^x - \cos x}{x^2 \cos x + 3e^{-x} + \log(x^2 + 1) + 5e^x}$, $x \rightarrow +\infty$,

c) $(1 + \frac{1}{n^2})^n$, $n \rightarrow +\infty$,

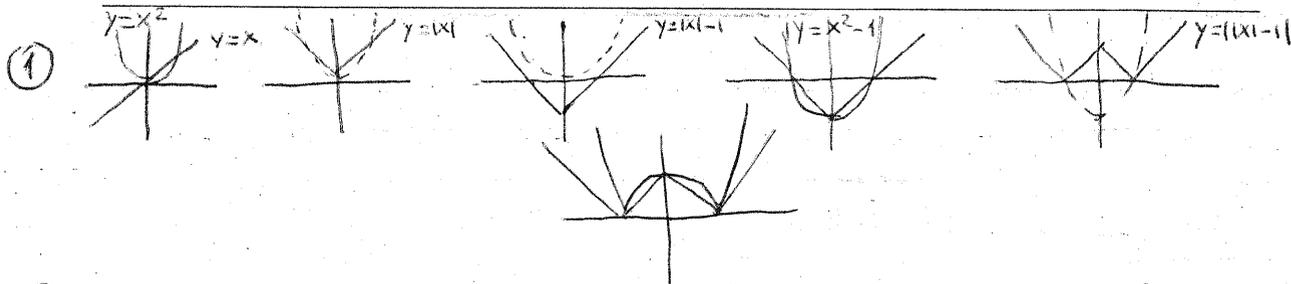
ESERCIZIO n. 6 Quante sono le soluzioni di $x \sin \frac{1}{x} = \frac{2}{3\pi}$?

ESERCIZIO n. 7 Si calcoli il polinomio di Taylor di ordine 4 centrato in 0 della funzione $\sin(1 - \cos x)$.

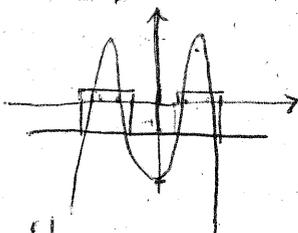
• ESERCIZIO n. 8 Si studi il grafico di $\frac{e^x}{x}$

• ESERCIZIO n. 9 Si scriva nella base $((1, 3), (2, 4))$ la riflessione attorno alla retta per l'origine di coefficiente angolare $\frac{1}{2}$

• ESERCIZIO n. 10 Si calcoli il massimo dell'area dei triangoli con un vertice sull'origine sul grafico $y = x^2$, $-1 \leq x \leq 3$ e gli altri in $(-1, 1)$, $(3, 9)$.



② $P(x) = -(x-1)(x-2)(x+1)(x+2) = -(x^2-1)(x^2-4)$ $P(0) = -4$ $P=0 \Leftrightarrow$
 $x = 1, -1, 2, -2$ $P(x) \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow +\infty$
 $P(x) \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow -\infty$



③ ove f cresce $f' \geq 0$
 ove f decresce $f' \leq 0$
 se f convessa $f \rightarrow +\infty$ allora $f' \rightarrow +\infty$

④ a) $\left(\frac{\sin x}{1 - \cos x}\right)' = \frac{\cos x(1 - \cos x) - \sin x \sin x}{(1 - \cos x)^2} = \frac{\cos x - 1}{(1 - \cos x)^2} = -\frac{1}{1 - \cos x}$

④ b) $(e^{\cos x})' = (\cos x)' e^{\cos x} = -\sin x e^{\cos x}$ ④ c) $(x^{16} \sin(15x+14))' = (x^{16})' \sin(15x+14) + x^{16} (\sin(15x+14))' = 16x^{15} \sin(15x+14) + x^{16} \cdot (15x+14)' \cos(15x+14) = 16x^{15} \sin(15x+14) + 15x^{16} \cos(15x+14)$

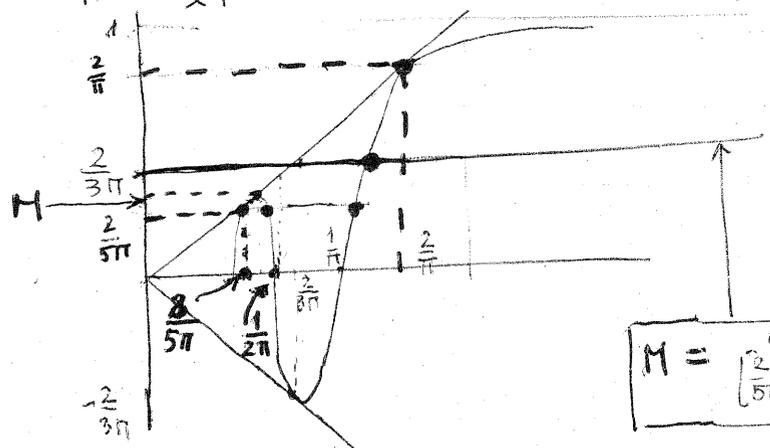
⑤ a) $1 - \cos x \rightarrow 2$ $x \rightarrow \pi$, $\sin x < 0$ per $\frac{3}{2}\pi < x < \pi$, $\sin x > 0$ per $\pi < x < \frac{\pi}{2}$, $\sin x \rightarrow 0$ per $x \rightarrow \pi$
 $\frac{1 - \cos x}{\sin x} \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow \pi$, $x < \pi$ $\frac{1 - \cos x}{\sin x} \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow \pi$, $x > \pi$.

⑤ b) $\frac{xe^x}{5e^x} \cdot \frac{(1+o(1))}{(1+o(1))} \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$ ⑤ c) $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} \geq 1$; $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} \leq e^{\frac{1}{n^2}} \rightarrow 1$

⑥ $|x \sin \frac{1}{x}| = \frac{|\sin \frac{1}{x}|}{|\frac{1}{x}|} \leq 1$, $|x \sin \frac{1}{x}| \leq |x|$, $x \sin \frac{1}{x}$ è pari
 $|x \sin \frac{1}{x}| = |x| \Leftrightarrow x = \frac{2}{\pi + 2k\pi}$ $k \in \mathbb{Z}$; $|x \sin \frac{1}{x}| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ o $x = \frac{1}{k\pi}$ $k \in \mathbb{Z}$

$|x \sin \frac{1}{x}| = |x| \Rightarrow |x \sin \frac{1}{x}| = \pm \frac{2}{\pi + 2k\pi}$ $k \in \mathbb{N}$

$|x \sin \frac{1}{x}| = |x| \Rightarrow$ il grafico di $x \sin \frac{1}{x}$ è tangente a $y=x$ o $y=-x$



una soluzione
positiva e
negativa una negativa

$$M = \left[\begin{matrix} \text{MAX} & x \sin \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2\pi} \leq \frac{2}{3\pi} \\ \frac{2}{5\pi} & \frac{1}{2\pi} \end{matrix} \right]$$

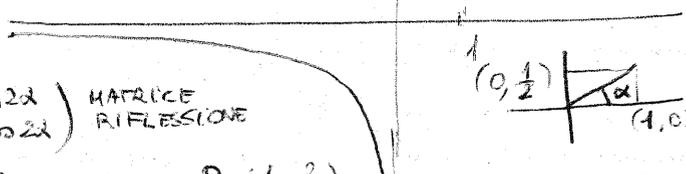
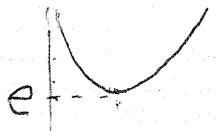
⑦ $\sin z = z - \frac{z^3}{6} + O(z^5)$ $z = 1 - \cos x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6)$

$\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6) = \frac{1}{6} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6) \right)^3 + O(x^{10}) =$

$= \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6)$ per unicità $p(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}$

⑧ $\frac{e^x}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$, $x \neq 0$, $\frac{e^x}{x} \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow 0, x > 0$, $\frac{e^x}{x} \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow 0, x < 0$
 $\frac{e^x}{x} \rightarrow 0$ $x \rightarrow -\infty$, $\frac{e^x}{x} \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$ $\left(\frac{e^x}{x}\right)' = \frac{e^x(x-1)}{x^2} > 0 \Leftrightarrow x > 1$

$\left(\frac{e^x}{x}\right)'' = \left(e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)\right)' = e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) + e^x \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) = e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) =$
 $= e^x \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^3}\right) > 0 \Leftrightarrow x > 0$. $\frac{e^x}{x} \stackrel{x=1}{=} e$



$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$
 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$

⑨ $\begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix}$ MATRICE RIFLESSIONE
 $M = \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 4/5 & -3/5 \end{pmatrix}$ " $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ MATRICE CHE ALLE COORDINATE NELLA BASE $(1, 3), (2, 4)$ ASSOCIA QUELLE NELLA BASE $((1, 0), (0, 1))$

$B^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$ MATRICE INVERSA CHE ALLE COORDINATE $((1, 0), (0, 1))$ ASSOCIA QUELLE NELLA BASE $(1, 3), (2, 4)$

MATRICE DA CALCOLARE CON PRODOTTO RICHIER PER COLONNE $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 4/5 & -3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$
 $= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 22/5 \\ -1 & -4/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -48/5 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

⑩ $\frac{1}{2} |\det \begin{pmatrix} x+1 & 4 \\ x^2-1 & 8 \end{pmatrix}| = 2 |\det \begin{pmatrix} x+1 & 1 \\ x^2-1 & 2 \end{pmatrix}| = 2 |2x+2 - x^2+1| = 2 |-x^2+2x+3|$ $-1 \leq x \leq 3$: $x = \frac{3-1}{2} = 1$
 $2 |-1-1+3| = 8$