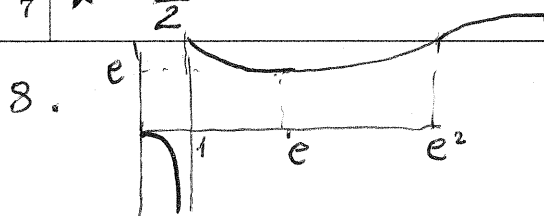


COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo con nome e cognome, numero di matricola ed anno di immatricolazione;
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da •;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1		3	
2			
4	$-\frac{1}{1-\cos x}$	$\cos x e^{\sin x}$	$15x^{14} \sin(14x+13) + 14x^{15} \cos(14x+13)$
5	0	$-\infty$	1
6	6		
7	$x^2 - \frac{x^4}{2}$		



9.  $\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ 12/5 & 5 \end{pmatrix}$

10.  $\frac{27}{8}$

Per il tipo di risoluzione vedere la versione B

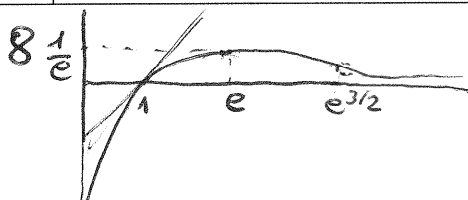
Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,  
 Scienze Ecologiche e della Biodiversità  
 Jimmy A. Mauro, Vincenzo M. Tortorelli  
 II prova in itinere C: 28 Novembre 2008

COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo con nome e cognome, numero di matricola ed anno di immatricolazione;
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da •;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1		3	
2			
4	$\frac{1}{1 - \sin x}$	$2xe^{x^2+1}$	$17x^{16} \sin(16x+15) + 16x^{17} \cos(16x+15)$
5	0	+∞	0
6	2		
7	$1 - x^2$		



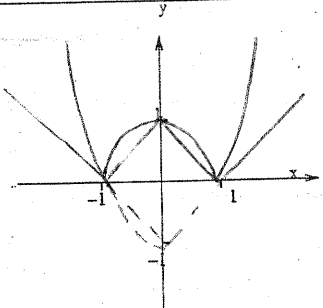
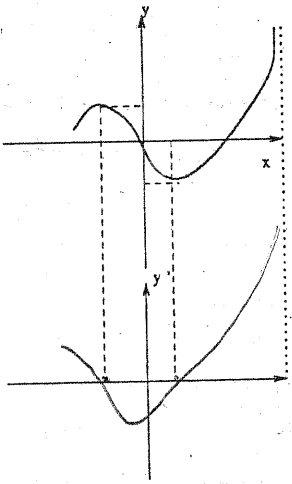
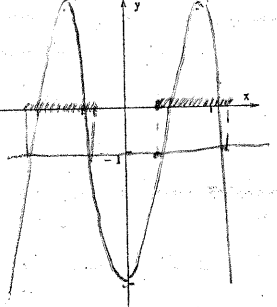
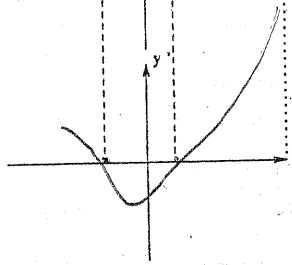
9  $\begin{pmatrix} -5 & 10 \\ -12/5 & 5 \end{pmatrix}$

10.  $\frac{125}{8}$   
 Per il tipo di risoluzione vedere la versione B

COGNOME		N. MATRICOLA	
NOME		ANNO	

ISTRUZIONI al fine della valutazione:

- compilare l'intestazione in stampatello maiuscolo con nome e cognome, numero di matricola ed anno di immatricolazione;
- riportare con ordine lo svolgimento della soluzione agli esercizi contrassegnati da •;
- scrivere, nello spazio apposito all'interno della tabella sottostante, solo la risposta agli altri;
- il tutto sul presente foglio, l'unico che deve essere consegnato.

1			3		
	2				
4		$-\frac{1}{1-\cos x}$	$-\sin x e^{\cos x}$	$16x^{15} \sin(15x+14) + 15x^{16} \cos(15x+14)$	
5	NON ESISTE	$+\infty$	1		
6	2				
7	$\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}$				

ESERCIZIO n. 1 Si tracci il grafico di  $||x| - 1|$  in sovrapposizione a quello di  $|x^2 - 1|$ .

ESERCIZIO n. 2 Si determinino graficamente le soluzioni di  $(1-x)(x-2)(x+1)(x+2) \geq -1$

ESERCIZIO n. 3 Si riporti sotto il grafico disegnato un grafico compatibile con quello della funzione derivata.

ESERCIZIO n. 4 Calcolare la derivata delle seguenti funzioni e riportarla nell'ordine:

a)  $\frac{\sin x}{1 - \cos x}$ ,    b)  $e^{\cos x}$ ,    c)  $x^{16} \sin(15x + 14)$ .

ESERCIZIO n. 5 Calcolare i limiti seguenti e riportarli nell'ordine:

a)  $\frac{1 - \cos x}{\sin x}$ ,  $x \rightarrow \pi$ ,

b)  $\frac{2e^x + xe^x - \cos x}{x^2 \cos x + 3e^{-x} + \log(x^2 + 1) + 5e^x}$ ,  $x \rightarrow +\infty$ ,

c)  $(1 + \frac{1}{n^2})^n$ ,  $n \rightarrow +\infty$ ,

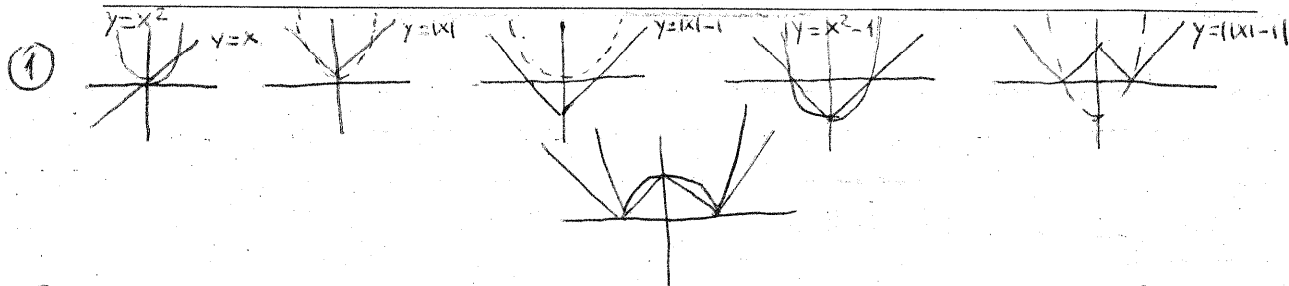
ESERCIZIO n. 6 Quante sono le soluzioni di  $x \sin \frac{1}{x} = \frac{2}{3\pi}$ ?

ESERCIZIO n. 7 Si calcoli il polinomio di Taylor di ordine 4 centrato in 0 della funzione  $\sin(1 - \cos x)$ .

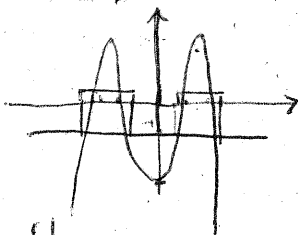
• ESERCIZIO n. 8 Si studi il grafico di  $\frac{e^x}{x}$

• ESERCIZIO n. 9 Si scriva nella base  $((1, 3), (2, 4))$  la riflessione attorno alla retta per l'origine di coefficiente angolare  $\frac{1}{2}$

• ESERCIZIO n. 10 Si calcoli il massimo dell'area dei triangoli con un vertice sull'origine sul grafico  $y = x^2$ ,  $-1 \leq x \leq 3$  e gli altri in  $(-1, 1)$ ,  $(3, 9)$ .



②  $P(x) = -(x-1)(x-2)(x+1)(x+2) = -(x^2-1)(x^2-4)$      $P(0) = -4$      $P=0 \Leftrightarrow$   
 $x = 1, -1, 2, -2$      $P(x) \rightarrow -\infty$   $x \rightarrow +\infty$   
 $P(x) \rightarrow -\infty$   $x \rightarrow -\infty$



③ ove  $f$  cresce  $f' \geq 0$   
 ove  $f$  decresce  $f' \leq 0$   
 se  $f$  convessa  $f \rightarrow +\infty$  allora  $f' \rightarrow +\infty$

④ a)  $\left(\frac{\sin x}{1 - \cos x}\right)' = \frac{\cos x(1 - \cos x) - \sin x \sin x}{(1 - \cos x)^2} = \frac{\cos x - 1}{(1 - \cos x)^2} = -\frac{1}{1 - \cos x}$

④ b)  $(e^{\cos x})' = (\cos x)' e^{\cos x} = -\sin x e^{\cos x}$     ④ c)  $(x^{16} \sin(15x+14))' = (x^{16})' \sin(15x+14) + x^{16} (\sin(15x+14))' = 16x^{15} \sin(15x+14) + x^{16} \cdot (15x+14)' \cos(15x+14) = 16x^{15} \sin(15x+14) + 15x^{16} \cos(15x+14)$

⑤ a)  $1 - \cos x \rightarrow 2$   $x \rightarrow \pi$ ,  $\sin x < 0$  per  $\frac{3}{2}\pi < x < \pi$ ,  $\sin x > 0$  per  $\pi < x < \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin x \rightarrow 0$  per  $x \rightarrow \pi$   
 $\frac{1 - \cos x}{\sin x} \rightarrow +\infty$   $x \rightarrow \pi$ ,  $x < \pi$      $\frac{1 - \cos x}{\sin x} \rightarrow -\infty$   $x \rightarrow \pi$ ,  $x > \pi$ .

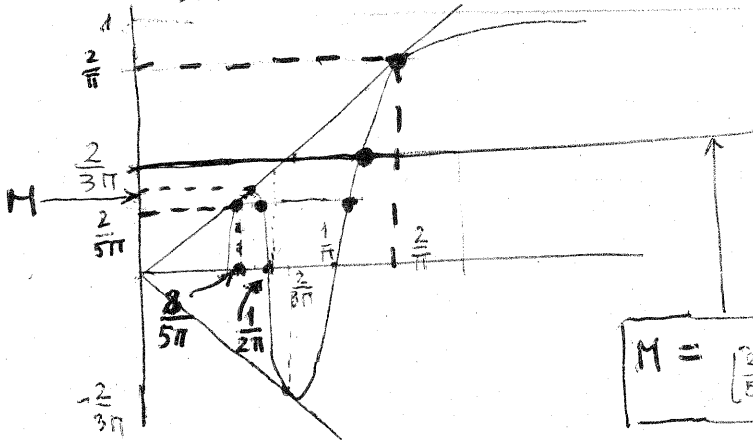
⑤ b)  $\frac{xe^x}{5e^x} \cdot \frac{(1+o(1))}{(1+o(1))} \rightarrow +\infty$   $x \rightarrow +\infty$     ⑤ c)  $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} \geq 1$ ;  $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} \leq e^{\frac{1}{n^2}} \rightarrow 1$

⑥  $|x \sin \frac{1}{x}| = \frac{|\sin \frac{1}{x}|}{|\frac{1}{x}|} \leq 1$ ,  $|x \sin \frac{1}{x}| \leq |x|$ ,  $x \sin \frac{1}{x}$  è pari B3/3

$|x \sin \frac{1}{x}| = |x| \Leftrightarrow x = \frac{2}{\pi + 2k\pi}$   $k \in \mathbb{Z}$ ;  $|x \sin \frac{1}{x}| = 0 \Leftrightarrow x = 0$  o  $x = \frac{1}{k\pi}$   $k \in \mathbb{Z}$

$|x \sin \frac{1}{x}| = |x| \Rightarrow |x \sin \frac{1}{x}| = \pm \frac{2}{\pi + 2k\pi}$   $k \in \mathbb{N}$

$|x \sin \frac{1}{x}| = |x| \Rightarrow$  il grafico di  $x \sin \frac{1}{x}$  è tangente a  $y=x$  o  $y=-x$



una soluzione  
positiva e  
negativa una negativa

$$M = \left[ \begin{array}{l} \text{MAX } x \sin \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2\pi} \leq \frac{2}{3\pi} \\ \left[ \frac{2}{5\pi}, \frac{1}{2\pi} \right] \end{array} \right]$$

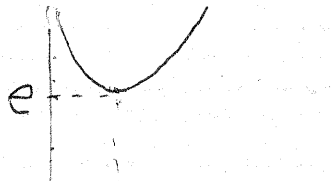
⑦  $\sin z = z - \frac{z^3}{6} + O(z^5)$   $z = 1 - \cos x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6)$

$\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6) = \frac{1}{6} \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6) \right)^3 + O(x^{10}) =$

$= \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + O(x^6)$  per unicità  $p(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}$

⑧  $\frac{e^x}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$ ,  $x \neq 0$ ,  $\frac{e^x}{x} \rightarrow +\infty$   $x \rightarrow 0, x > 0$ ,  $\frac{e^x}{x} \rightarrow -\infty$   $x \rightarrow 0, x < 0$   
 $\frac{e^x}{x} \rightarrow 0$   $x \rightarrow -\infty$ ,  $\frac{e^x}{x} \rightarrow +\infty$   $x \rightarrow +\infty$   $\left(\frac{e^x}{x}\right)' = \frac{e^x(x-1)}{x^2} > 0 \Leftrightarrow x > 1$

$\left(\frac{e^x}{x}\right)'' = \left(e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)\right)' = e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) + e^x \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) = e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) =$   
 $= e^x \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^3}\right) > 0 \Leftrightarrow x > 0$ .  $\frac{e^x}{x} \underset{x=1}{=} e$



⑨  $\begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix}$  MATRICE RIFLESSIONE

$M = \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 4/5 & -3/5 \end{pmatrix}$

"  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

MATRICE CHE ALLE COORDINATE NELLA BASE  $(1, 3), (2, 4)$  ASSOCIA QUELLE NELLA BASE  $((1, 0), (0, 1))$

$B^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$  MATRICE INVERSA CHE ALLE COORDINATE  $M((1, 0), (0, 1))$  ASSOCIA QUELLE NELLA BASE  $(1, 3), (2, 4)$

MATRICE DA CALCOLARE CON PRODOTTO RICHE PER COLONNE  $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ 4/5 & -3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 22/5 \\ -1 & -4/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -48/5 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

⑩  $\frac{1}{2} |\det \begin{pmatrix} x+1 & 4 \\ x^2-1 & 8 \end{pmatrix}| = 2 |\det \begin{pmatrix} x+1 & 1 \\ x^2-1 & 2 \end{pmatrix}| = 2 |2x+2 - x^2+1| = 2 |-x^2+2x+3|$   $-1 \leq x \leq 3$ :  $x = \frac{3-1}{2} = 1$

$2 |-1-1+2+3| = 8$