Complementi di Analisi Matematica

Anno Accademico 2003-2004

Laurea specialistica in Informatica

R.Stasi, V.M. Tortorelli

II prova in itinere, 19 maggio 2004

1.a- Fissato $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ si calcoli il limite per $n \to +\infty$ di $f_n(x, y) = \frac{n}{\sqrt{n+(x-n)^2+(y-n)^2}}$.

R.:

1.b- Si calcoli $\sup_{\mathbf{R}^2} f_n$

R.:

1.c- Si dica se le successione di funzioni f_n converge uniformemente su la palla di centro l'origine e raggio R: $\{(x, y) : x^2 + y^2 = R^2\}$.

R.:

2. a- Si consideri, per $y > 0$ la funzione $f(x, y) = \dfrac{1}{y} \displaystyle\int_0^y e^{-(x-s)^2} ds$: si provi che $f(x, y) \to 0$ uniformemente in $x \in \mathbf{R}$ per $y \to +\infty$.

DIM.:

2. b- Si calcoli $\lim_{y \to +\infty} \int_{\mathbf{R}} f(x, y) dx$.

R.:

3- Calcolare l'integrale di $x + 2y$ nella regione compresa tra il segmento $y = 0$, $0 \leq x \leq 2\pi$ e l'immagine della curva $(t - \sin t, 1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

R.:

4. Si calcoli l'integrale della forma $\omega = \frac{x}{x^2+y^2+z^2}dx + \frac{y}{x^2+y^2+z^2}dy + \frac{z}{x^2+y^2+z^2}dz$ sul cammino $(\cos t, \sin t, 10 - 6\cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

R.:

5. a- Si calcoli il rimontato $\tilde{\omega}$ della forma $\omega = (1 - x^2 + 2xy + 3y^2)dx + (y^2 - 1 - 3x^2 - 2xy)dy$ tramite la funzione $\Phi(u, v) = (\frac{u+v}{2}, \frac{u-v}{2})$.

R.:

5. b- Si trovi una funzione f della sola variabile u per cui $f(u)\tilde{\omega}(u, v)$ sia esatta

R.:

5. c- Si trovi una primitiva di $f(x + y)\omega(x, y)$.

R.:

6- Si trovino tutte le soluzioni del problema $y'' - 2y' + y = 0$ $y(0) = 1$, $y(1) = 0$.

R.: