Esercitazioni di Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,
Scienze Biologiche e Molecolari C
V.M.Tortorelli

schema V esercitazione, 31 Ottobre 2008

1- Soluzione esercizi lasciati
- tracciare il grafico di $\sin \operatorname{arsin} x$, $\operatorname{arsin}\sin x$, $\operatorname{arsin}\cos x$

Il primo grafico non è altro che il grafico di $f(x) = x$ con $-1 \leq x \leq 1$, essendo il dominio di arsin x per definizione solo l'intervallo $[-1, 1]$.

Per il secondo grafico si osserva:

i) se $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ per definizione di $\operatorname{arsin} x$ si ha $\operatorname{arsin}\sin x = x$, e si ottiene la parte continua del grafico nella seconda figura tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.

ii) come si vede nella prima figura, il grafico di $\sin x$ è simmetrico rispetto alla retta verticale $x = \frac{\pi}{2}$, cioè $\sin(\frac{\pi}{2} + h) = \sin(\frac{\pi}{2} - h)$.

Quindi dato x in $[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ si ha

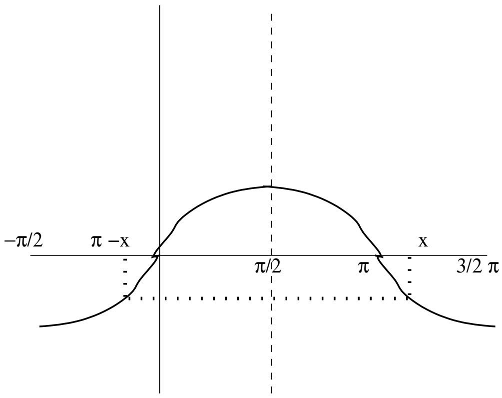
$\operatorname{arsin}\sin x = \operatorname{arsin}\sin(\pi - x)$

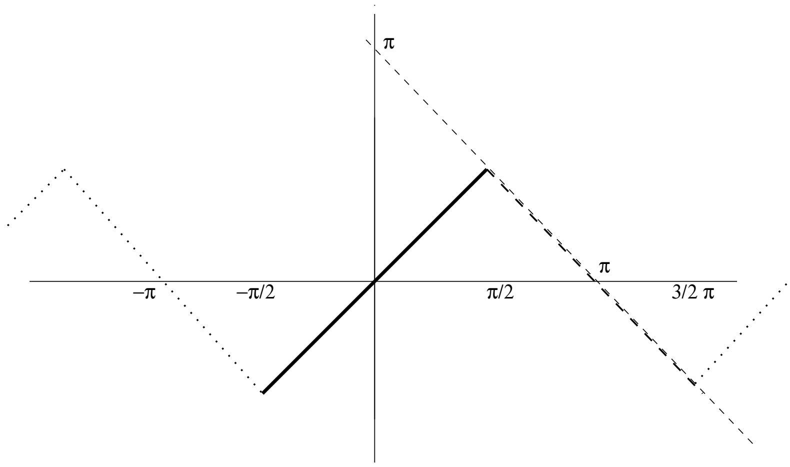
osservando che nel caso $-\frac{\pi}{2} \leq \pi - x \leq \frac{\pi}{2}$ si ottiene che per x in $[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$

$\operatorname{arsin}\sin x = \pi - x$

il cui grafico è tratteggiato nella seconda figura.

iii) poichè $\operatorname{arsin}\sin(x + 2\pi) = \operatorname{arsin}\sin x$, essendo l'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi]$ lungo 2π il grafico si ripete per traslazione con la linea punteggiata.





1

- posto $\operatorname{arcos} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arsin} x$ si verifichi graficamente che è l'inversa della funzione $f(x) = \cos x,\ 0 \leq x \leq \pi$
- tracciare i grafici di $\operatorname{arcos}\sin x$, $\operatorname{arcos}\cos x$

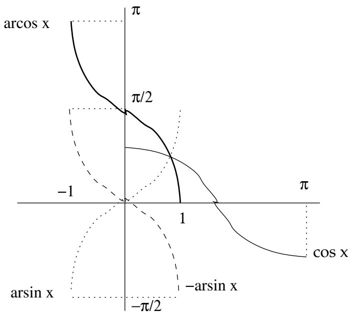
Nella prima figura si mette in evidenza che $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arsin} x$ è l' inversa $\cos x,\ 0 \leq x \leq \pi$.

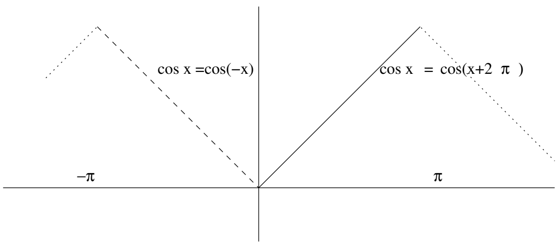
Quindi nella seconda figura il grafico (linea continua) tra 0 e π è dovuto al fatto sopra mostrato.

Quindi la parte di grafico tratteggiato tra $-\pi$ e0 è dovuto al fatto che $\cos x = \cos(-x)$.

Quindi essendo l'intervallo $[-\pi, \pi]$ lungo 2π, ed essendo $\cos x = \cos(x + 2\pi)$ il grafico si ripete con la linea punteggiata.

Infine il grafico di arcos $\sin x$ si ottiene dal precedente spostandolo in direzione positiva orizzontale di $\frac{\pi}{2}$ poichè $\sin x = \cos(x - \frac{\pi}{2})$





π

2- Si sono evidenziate graficamente le regioni di piano per cui:

$|x| \leq 1$ e $|y| \leq 1$

$|x| + |y| \leq 1$

$|x| + y \leq 1$

usando le simmetrie particolari e riducendosi nei primi due casi al primo quadrante, nel terzo caso al semipiano delle ascisse non negative.

3- Risoluzioni sia algebrica che grafica delle diseguaglianze artan $x^2 \leq \frac{\pi}{4}$, artan $\frac{x}{x+1} \leq \frac{\pi}{4}$. Conseguente osservazione astratta su diseguaglianze grafiche del tipo $f(g(x)) \leq k$.

ESERCIZI LASCIATI

- Se si approssimano a meno di 10^{-3} sia π che $\sqrt{2}$ qual'è il valore significativo e con quale errore massimo si calcola l'area di un settore circolare di ampiezza $\frac{\pi}{4}$ e raggio $\sqrt[4]{2}$?