

# Analisi Matematica I/A

Prova scritta parziale n.1 del 5/11/2002

## Fila n.4

(1) Risolvere la disequazione:

$$5x - 2 < \sqrt{x^2 - 9} \quad , x \in \mathbf{R}$$

(2) Risolvere l'equazione nel campo complesso:

$$z^4 (3 + 3\sqrt{3}i)^5 = (2\sqrt{3} - 2i)^2$$

(3) Dimostrare per induzione:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^4} < \frac{4}{3} - \frac{1}{3n^3} \quad , n \in \mathbf{N}, n > 1$$

(4) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{2x^2 + 1}$$

a) Dimostrare, mediante la definizione, che  $f$  è strettamente decrescente sulla semiretta  $\{x : x > 0\}$ .

b) Determinare  $f(\mathbf{R})$ .

c) Determinare:

$$\sup_{\mathbf{R}} f, \inf_{\mathbf{R}} f.$$