

Analisi Matematica I/A

Prova scritta parziale n.1 del 5/11/2002

Fila n.3

(1) Risolvere la disequazione:

$$4x + 1 - \sqrt{2x^2 - 8} \leq 0, x \in \mathbf{R}$$

(2) Risolvere l'equazione nel campo complesso:

$$z^4 (-2 + 2i)^3 - (3 + 3i)^{13} = 0$$

(3) Dimostrare per induzione:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3} < \frac{3}{2} - \frac{1}{2n^2}, n \in \mathbf{N}, n > 1$$

(4) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

a) Dimostrare, mediante la definizione, che f è strettamente decrescente sulla semiretta $\{x : x > 0\}$.

b) Determinare $f(\mathbf{R})$.

c) Determinare:

$$\sup_{\mathbf{R}} f, \inf_{\mathbf{R}} f.$$