

# ANALISI MATEMATICA - CORSO D

PROVA SCRITTA DEL 5/11/03

FILA N. 3

1) Si consideri la funzione:

$$f(x) = \log \left( 1 - \sqrt{2 - x^3} \right)$$

- a) Determinare il dominio di  $f$ .
- b) Dimostrare che  $f$  è strettamente crescente.
- c) Determinare l'immagine di  $f$ .

2) Determinare per quale valore di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , esiste  $L \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , tale che:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{n^3 + \sqrt{n^7 + 4}} = L$$

3) Dimostrare la convergenza della serie seguente:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos \frac{1}{n}}{3^n}.$$

4) Dimostrare, mediante il Principio di Induzione, la seguente disuguaglianza:

$$\sum_{i=1}^n 5^{2i} \leq n (5^{2n+1} + 1), \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$