

Analisi Matematica I/A

Prova scritta parziale n.1 del 5/11/2002

Fila n.1

(1) Risolvere la disequazione:

$$\sqrt{x^2 - x} \geq 2x + 1 \quad , x \in \mathbf{R}$$

(2) Risolvere l'equazione nel campo complesso:

$$z^6 (-5 - 5\sqrt{3}i)^2 = (4 + 4\sqrt{3}i)^{11}$$

(3) Dimostrare per induzione:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{n} - 1 \quad , n \in \mathbf{N}, n > 1$$

(4) Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$$

a) Dimostrare, mediante la definizione, che f è strettamente crescente sulla semiretta $\{x : x > 0\}$.

b) Determinare $f(\mathbf{R})$.

c) Determinare:

$$\sup_{\mathbf{R}} f, \inf_{\mathbf{R}} f.$$