

ANALISI MATEMATICA - CORSO D

PROVA SCRITTA DEL 5/11/03

FILA N. 1

1) Si consideri la funzione:

$$f(x) = \log(\sqrt{x^3 - 1} - 3)$$

- a) Determinare il dominio di f .
- b) Dimostrare che f è strettamente crescente.
- c) Determinare l'immagine di f .

2) Determinare per quale valore di $\alpha \in \mathbb{R}$, esiste $L \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, tale che:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{\sqrt{n^3 + 1} + n} = L$$

3) Dimostrare la convergenza della serie seguente:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{e^n}.$$

4) Dimostrare, mediante il Principio di Induzione, la seguente disuguaglianza:

$$\sum_{i=1}^n 3^{2i} \leq n(3^{2n+1} + 1), \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$