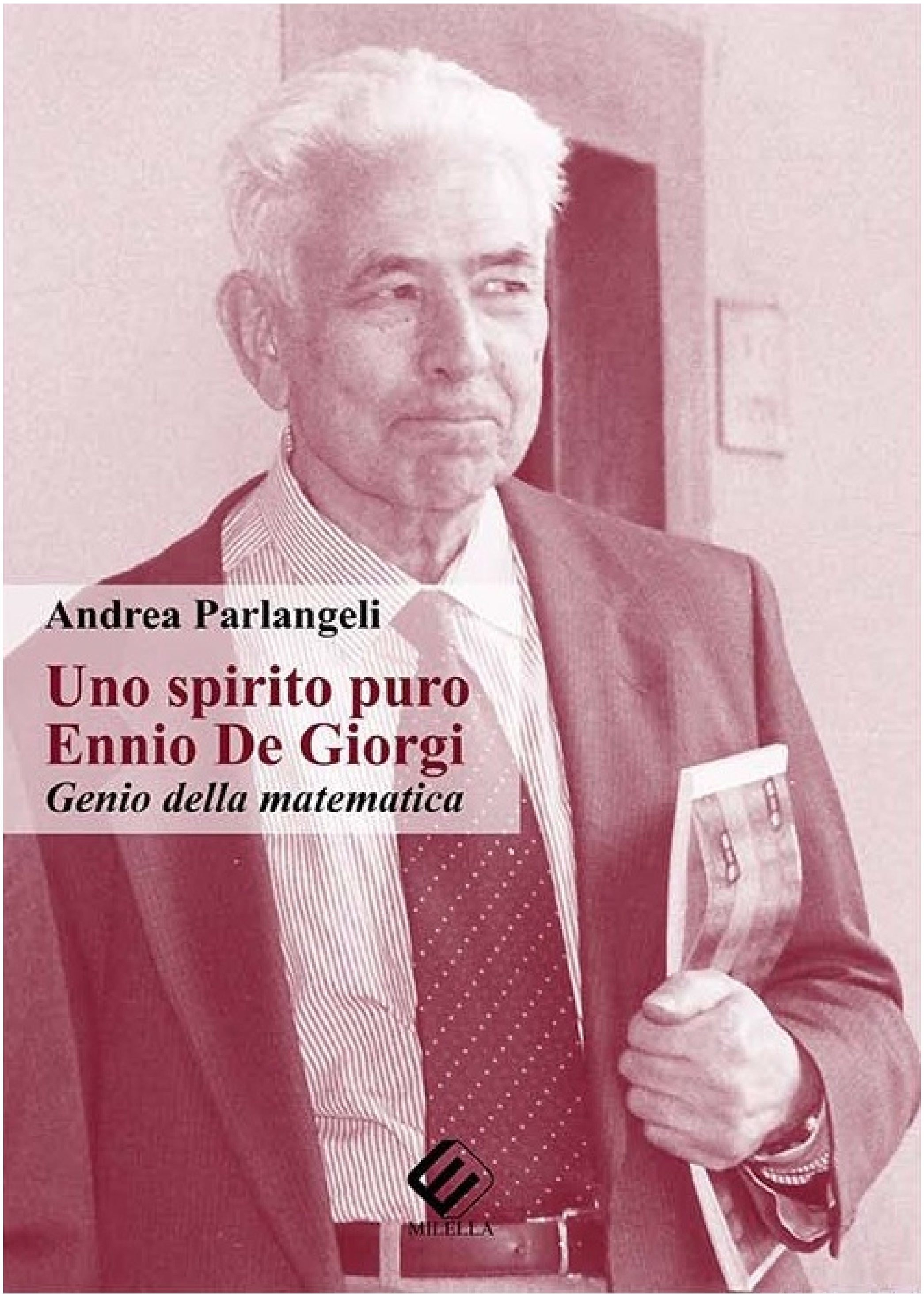
Accademia dei Lincei, 15 gennaio 2016

Sergio Spagnolo

Presentazione del libro

Uno spirito puro - Ennio De Giorgi

di Andrea Parlangeli


Andrea Parlangeli
Uno spirito puro
Ennio De Giorgi
Genio della matematica
MILELLA

Andrea Parlangeli è un giornalista scientifico, caporedattore della rivista *Focus*. Ha conseguito la laurea in Fisica alla Scuola Normale di Pisa nel 1995 e il Ph.D. all'Università di Nijmegen.

E' autore di diversi libri fra cui *Benvenuti nell'Antropocene*, con il Premio Nobel Paul Crutzen.

Definisce il suo libro un'*opera collettiva* di quanti (oltre 100 persone in Italia e all'estero) hanno contribuito alla sua realizzazione con le loro testimonianze.

La Milella è una casa editrice di Lecce: http://www.milellalecce.it

Premessa

Ennio De Giorgi, scomparso 20 anni fa, è considerato uno dei grandi matematici italiani del secolo scorso.
Questa di Parlangeli è la sua prima biografia completa.

Forse Ennio non avrebbe gradito che si scrivesse un libro su di lui. Pur essendo apertissimo ad ogni discussione era molto riservato sulle questioni personali, sia proprie che altrui.

Gli piaceva immensamente ragionare e conversare su tutto e con tutti, ma sempre a un livello concettuale e impersonale.

Una delle sue espressioni ricorrenti era: *La mia teoria è che ...*

Un ricordo personale: il suo arrivo alla Scuola Normale nell'autunno del 1959 era stato preceduto dalla fama del *Teorema di De Giorgi - Nash* e noi studenti non vedevamo l'ora che ce ne parlasse... Ma Ennio era già tutto proteso verso nuove ricerche.

All'inizio le sue lezioni ci apparivano un po' deludenti. Erano spesso improvvisate, talvolta lacunose e ingarbugliate, al tempo stesso sciatte e rigorosissime, ma trasmettevano molte idee: insomma erano bellissime.

Lecce 1928-46

Ennio De Giorgi nasce a Lecce nel 1928. Il padre, insegnante di lettere alle Magistrali con la passione per l'archeologia e per il mondo islamico, era leccese, la madre era istriana.

Nel 1930 il padre viene improvvisamente a mancare.

Sin dall'infanzia Ennio spicca per il suo ingegno e la sua fantasia. A scuola mostra grande interesse per tutte le materie, con qualche difficoltà per il disegno.

Nel 1946, dopo la maturità classica, si iscrive alla Facoltà d'Ingegneria di Roma, per poi passare a Matematica.

Roma 1946-58

Durante gli studi universitari De Giorgi è uno dei più brillanti studenti di quegli anni, e suscita l'ammirazione di compagni e docenti. Fra questi: Francesco Severi, Gilberto Bernardini, Luigi Fantappié e Mauro Picone.

Si laurea con Picone nel 1950 con una tesi sulla teoria dell'integrazione.

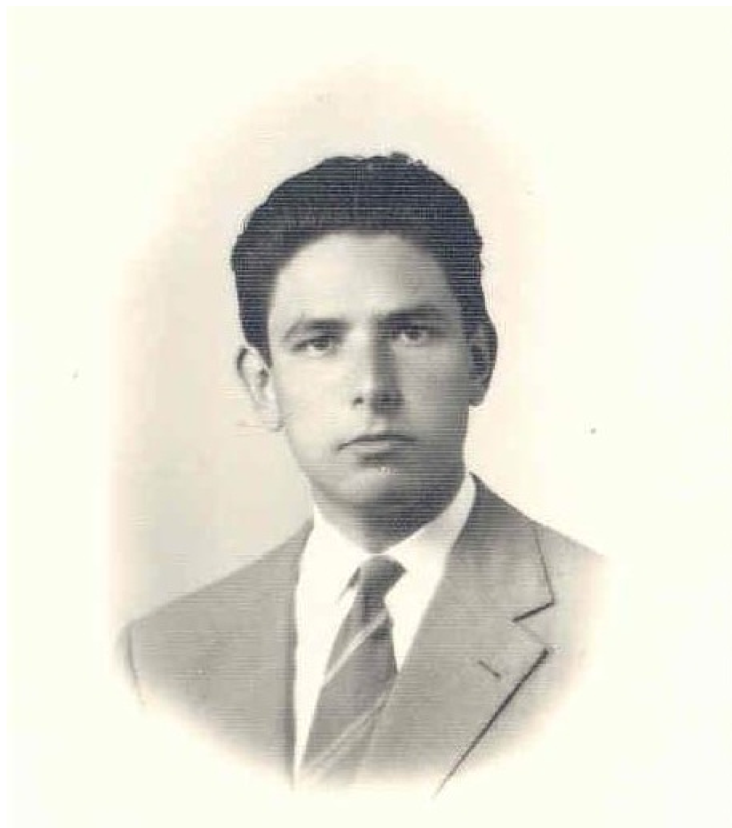
Dopo una borsa di studio all'Istituto di Alta Matematica, entra come assistente all'Istituto per le Applicazioni del Calcolo.

Raccontando la vita di De Giorgi a Roma, il libro di Parlangeli fornisce una descrizione preziosa dell'Istituto matematico romano (che era all'epoca il principale centro matematico in Italia) nei primi anni del dopoguerra.

L'incontro con Caccioppoli 1953

Nel 1953 il geniale matematico napoletano Renato Caccioppoli, che nel 1959 si sarebbe tolto la vita, visita l'Istituto matematico di Roma per tenervi una serie di seminari. Subito entra in sintonia col giovane Ennio.

Renato Caccioppoli



De Giorgi $\sim$ 1956

Non c'è nulla di più barbaro di uno spirito puro $\cdots$

Mi pare che lei, De Giorgi, sia un'eccezione.

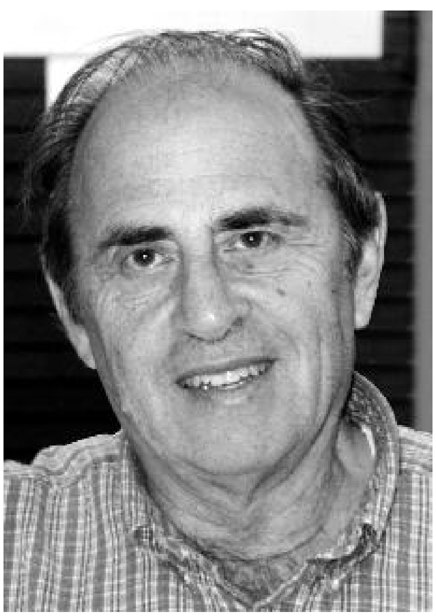
L'esempio di non-unicità 1955

Uno dei primi risultati di De Giorgi ad avere risonanza internazionale è l'esempio di non-unicità per un Problema di Cauchy iperbolico a coefficienti regolari ma non analitici,

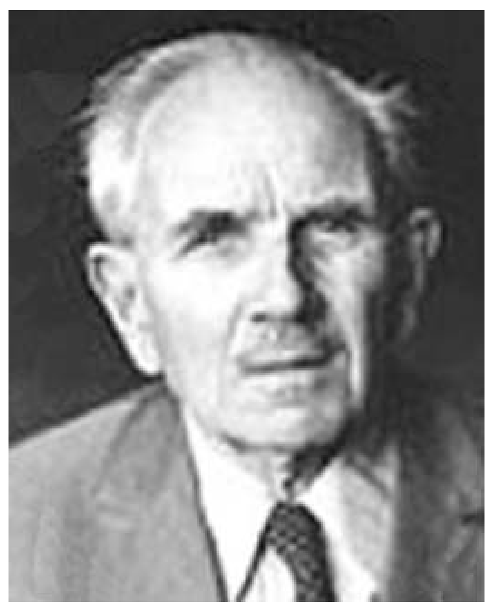
$$\begin{aligned}&\partial_t^8 u + a(t,x)\partial_t^4 u + b(t,x)\partial_t^2 u + c(t,x)u = 0\\&\partial_t^j u = 0 \quad \text{per} \quad t = 0, \quad j \leq 7,\end{aligned}$$

che mostra l'esistenza di sistemi lineari di evoluzione che non sono *di tipo deterministico*.

La tecnica di De Giorgi, elementare ma raffinatissima, verrà in seguito ripresa da famosi matematici come Paul J. Cohen e Jean Leray.



Paul J. Cohen



Jean Leray

Il "Teorema di De Giorgi - Nash" 1956-57

Nella sua prolusione al II Congresso Internazionale dei Matematici (Parigi, 1900) Hilbert propone al mondo matematico 23 problemi che avrebbero potuto, anzi *dovuto*, trovare soluzione nel corso del nuovo secolo. Il XIX problema era:

Le soluzioni di un problema variazionale regolare sono sempre necessariamente analitiche?

Hilbert si riferisce a funzionali di tipo integrale come

$$I(u) = \int_\Omega f(\nabla u) dx$$

dove $f(p)$ è una funzione analitica e strettamente convessa. Le *soluzioni* sono le funzioni $u = u(x)$ che *minimizzano* $I(u)$.

Nell'estate del 1955, durante una gita in montagna, Stampacchia pone il problema a De Giorgi, che lo risolve nel giro di due mesi. Aveva 27 anni.

David Hilbert

Guido Stampacchia

De Giorgi 1957

Estratto dalle *Memorie della Accademia delle Scienze di Torino*
Serie 3ª - Tomo 3° - Parte I (1957).

SULLA DIFFERENZIABILITÀ E L'ANALITICITÀ DELLE ESTREMALI DEGLI INTEGRALI MULTIPLI REGOLARI (*)

Memoria di Ennio De Giorgi
presentata dal Socio nazionale non residente Mauro Picone
nell'adunanza del 24 Aprile 1957

Riassunto. — *Si studiano le estremali di alcuni integrali multipli regolari, supponendo nota a priori l'esistenza delle derivate parziali prime di quadrato sommabile; si dimostra il carattere hölderiano di tali derivate, da cui seguono l'indefinita differenziabilità e l'analiticità delle estremali.*

In questo lavoro mi occupo delle proprietà differenziali e specialmente dell'analiticità delle estremali degl'integrali multipli regolari; tale argomento è stato oggetto di molte ricerche da parte di matematici italiani e stranieri, sicchè appare assai difficile darne un quadro bibliografico completo; ci limiteremo quindi a citare qualche lavoro da cui il lettore potrà facilmente ricavare più ampie informazioni. Ricorderemo così i risultati di Hopf [3] ([1]), Stampacchia [9], Morrey [6], che danno teoremi di differenziabilità ed analiticità per estremali sempre meno regolari: precisamente si richiede l'esistenza di derivate seconde hölderiane in [3], di derivate prime hölderiane in [9], di derivate prime continue in [6]. A un diverso indirizzo appartengono invece altri risultati ottenuti da Stampacchia in [9]: egli parte dai teoremi di esistenza ottenuti coi metodi diretti del calcolo delle variazioni, nei quali le soluzioni vengono ricercate in classi assai ampie di funzioni, e studia le proprietà di queste soluzioni (a priori assai poco regolari) dimostrando, fra l'altro, l'esistenza di derivate parziali seconde di quadrato sommabile, soddisfacenti quasi ovunque l'equazione di Eulero.

Mancavano però, per quanto mi risulta, (qualora si escludano gli integrali doppi per i quali rinviamo il lettore a [2], [5], [7], [8] e qualche caso

(*) Lavoro eseguito nell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo.

([1]) Il numero fra parentesi quadra è quello che compete al lavoro citato nella bibliografia riportata alla fine della Memoria.

Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino , 1957

La versione di Nash 1958

Nel 1958, sul prestigioso *American Journal of Mathematics*, appare il famosissimo lavoro di Nash, dove questi giunge allo stesso risultato di Ennio. Nel corso dell'articolo Nash scrive:

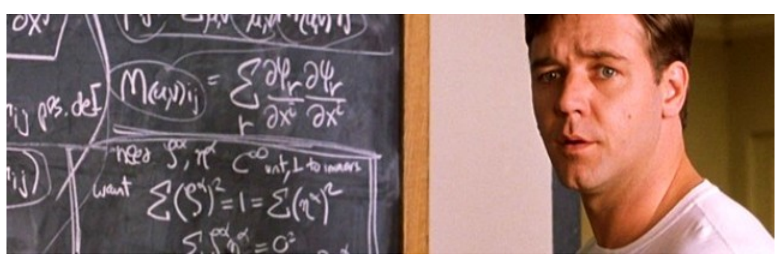
There may exist another proof of our result. P.R. Garabedian writes from London of a manuscript by Ennio de Giorgi containing such a result.

A distanza di 40 anni De Giorgi dirà:

Il teorema è qualcosa, direi, che si scopre, la dimostrazione qualcosa che si inventa. Un caso di mia esperienza personale: io e Nash eravamo arrivati a dimostrare lo stesso teorema, ovvero due teoremi molto vicini, seguendo delle idee dimostrative molto diverse.

Per la vita di Nash si legga *A beatiful mind* di S. Nasar (1998).

John F. Nash



Russel Crowe

10 copie

1)

Un esempio di ~~[illegible]~~ estremali discontinue per ~~di~~ un problema variazionale di tipo ellittico

È noto (vedi per es. [1], [2]) che le estremali dell'integrale

$$(1) \qquad \int \left(\sum_{h=1}^{n} b_h(x) \frac{\partial w}{\partial x_h} \right)^2 + \sum_{h=1}^{n} \left(\frac{\partial w}{\partial x_h} \right)^2 ,$$

(ove le $b_h(x)$ ~~[illegible]~~ sono funzioni misurabili e limitate) sono funzioni continue, ed anzi hölderiane.

In questa nota si è un semplice esempio che mostra come questo risultato non si estende in generale quando alla funzione reale $w(x)$ si sostituisce una funzione vettoriale $u(x) \equiv (u_1(x), \ldots, u_n(x))$ ad n componenti reali ed all'integrale (1) l'integrale

$$(2) \qquad \int \left(\sum_{h,k}^{1,n} b_{hk}(x) \frac{\partial u_h}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{h,k}^{1,n} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_h} \right)^2 .$$

Ringrazio Mario Miranda la cui collaborazione mi è stata assai utile.

1. Indicheremo con R^n lo spazio ad n dimensioni reali (con $n \geq 3$), con $x \equiv (x_1, \ldots, x_n)$ il generico punto di tale spazio, con $|x|$ la distanza di x dall'origine di R^n, con $u(x) = (u_1(x), \ldots, u_n(x))$ una funzione vettoriale ad n componenti reali definita in R^n.

Diremo che $u(x)$ è estremale dell'integrale (2) se è misurabile, ha derivate prime di quadrato sommabili in ogni compatto di R^n e se, per ogni fun

controesempio alla regolarità nel caso vettoriale , 1967

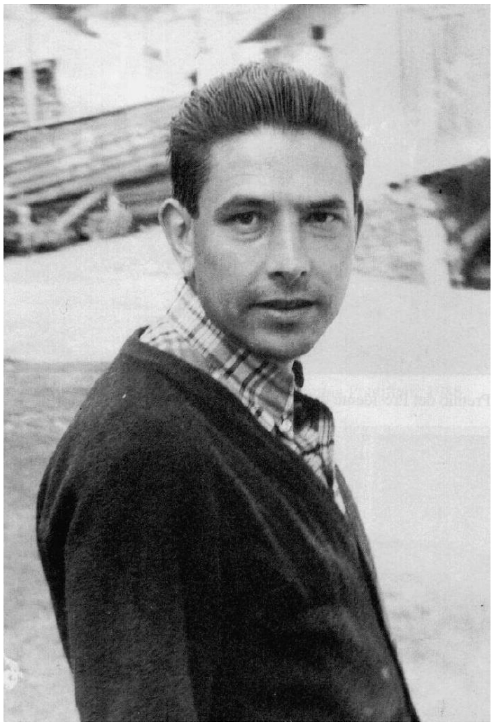
L'arrivo a Pisa 1959

Nel novembre 1959 De Giorgi viene chiamato dalla Scuola Normale a coprire la cattedra di Analisi algebrica e infinitesimale. La Normale aveva allora dimensioni e ambizioni molto più ridotte di oggi: i ragazzi, un centinaio in tutto, erano alloggiati alla Carovana dove trovavano posto la mensa, la biblioteca, gli uffici e gli studi dei professori; le ragazze stavano al Timpano.

Ennio disponeva di una *suite* studio-camera al terzo piano. Amava intrattenersi con noi studenti disquisendo fino a tarda notte su ogni argomento, prediligeva gli incontri conviviali.

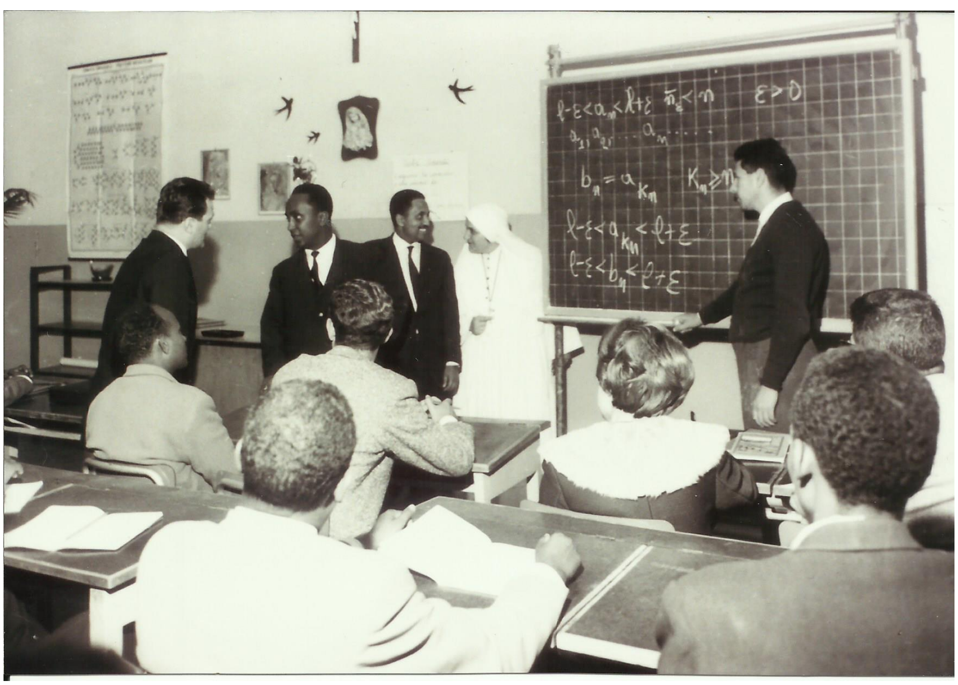
Ci appariva un po' strano, ma l'avevamo in grande simpatia; era il compagno ideale per le nostre escursioni sulle Apuane.

Palazzo della Carovana



∼ 1960

sulle Apuane , 1962



una lezione all'Asmara , 1965/66

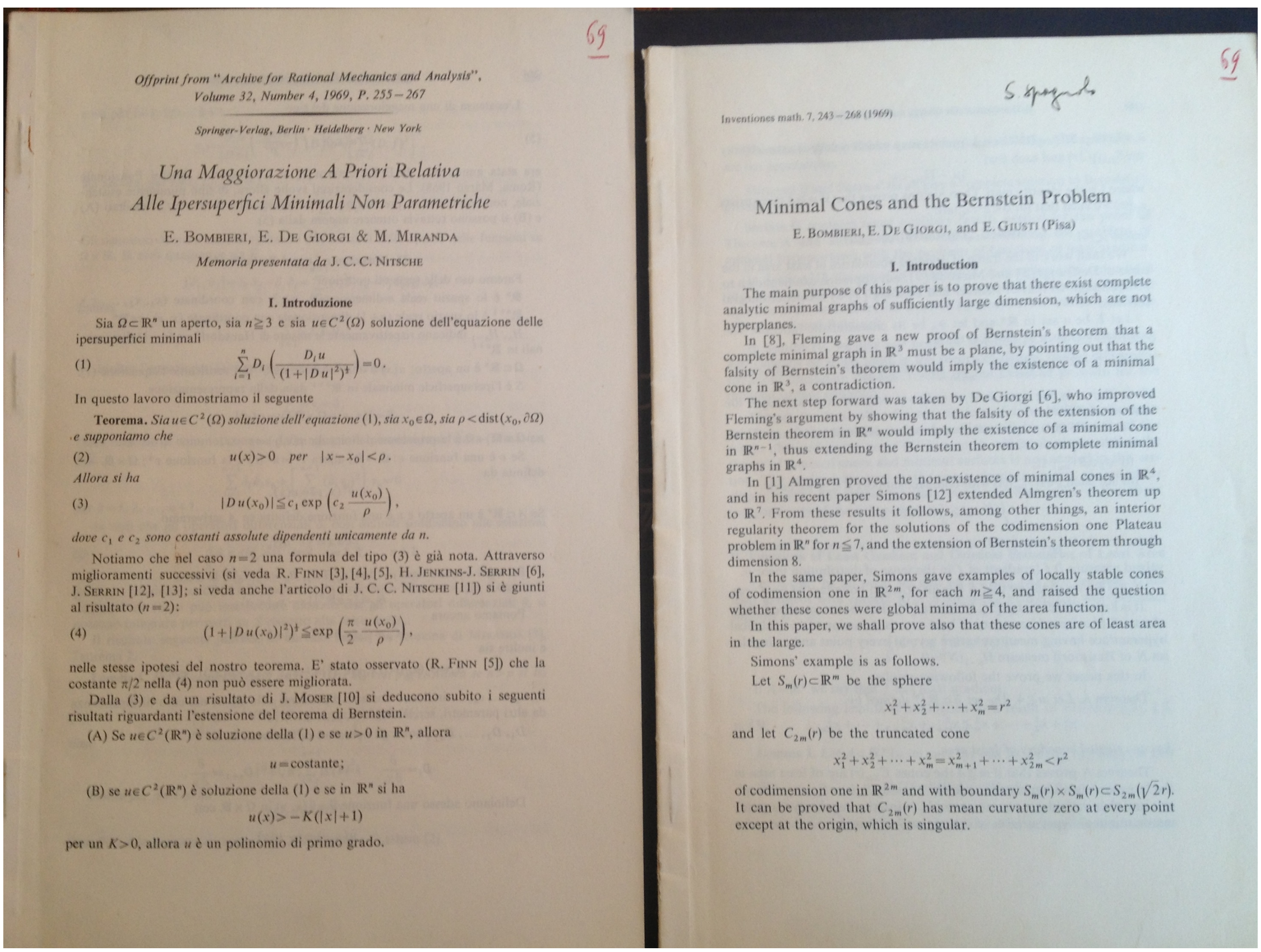
Gli anni '60, con l'arrivo in Normale e l'incontro con studenti e colleghi particolarmente interessati alla ricerca matematica, sono anni di grande fertilità nella vita scientifica di De Giorgi.

Nel libro di Parlangeli, dalle tante testimonianze di persone che hanno frequentato o anche solo incontrato De Giorgi, emerge un vivissimo affresco della vita accademica italiana di quegli anni.

Molto belle sono anche le pagine riguardanti i soggiorni di Ennio all'Università dell'Asmara, dove ogni anno si recava a prestare un servizio d'insegnamento in una piccola università gestita da suore. Al suo ritorno amva parlare delle sue "imprese africane".

Il Problema di Plateau 1961-69

Da molto tempo il problema della regolarità delle superfici di area minima (*bolle di sapone*) appassionava De Giorgi.
Ma è solo alla fine degli anni '60 che, avendo completato la sua teoria dei perimetri, riesce, con la collaborazione di Mario Miranda, Enrico Giusti ed Enrico Bombieri, a portare a termine il suo programma provando la regolarità di tali superfici in dimensione ≤ 7 e la possibile non regolarità in dim. maggiore.
Ennio considerava questi risultati più importanti e impegnativi della stessa risoluzione del XIX problema di Hilbert.



69

Offprint from "Archive for Rational Mechanics and Analysis", Volume 32, Number 4, 1969, P. 255–267

Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York

Una Maggiorazione A Priori Relativa Alle Ipersuperfici Minimali Non Parametriche

E. Bombieri, E. De Giorgi & M. Miranda

Memoria presentata da J. C. C. Nitsche

I. Introduzione

Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ un aperto, sia $n \geqq 3$ e sia $u \in C^2(\Omega)$ soluzione dell'equazione delle ipersuperfici minimali

$$\sum_{i=1}^{n} D_i \left(\frac{D_i u}{(1+|Du|^2)^{\frac{1}{2}}} \right) = 0. \tag{1}$$

In questo lavoro dimostriamo il seguente

Teorema. *Sia $u \in C^2(\Omega)$ soluzione dell'equazione (1), sia $x_0 \in \Omega$, sia $\rho < \operatorname{dist}(x_0, \partial\Omega)$ e supponiamo che*

$$u(x) > 0 \quad per \quad |x - x_0| < \rho. \tag{2}$$

Allora si ha

$$|Du(x_0)| \leqq c_1 \exp\left(c_2 \frac{u(x_0)}{\rho} \right), \tag{3}$$

dove c_1 e c_2 sono costanti assolute dipendenti unicamente da n.

Notiamo che nel caso $n=2$ una formula del tipo (3) è già nota. Attraverso miglioramenti successivi (si veda R. Finn [3], [4], [5], H. Jenkins-J. Serrin [6], J. Serrin [12], [13]; si veda anche l'articolo di J. C. C. Nitsche [11]) si è giunti al risultato ($n=2$):

$$(1+|Du(x_0)|^2)^{\frac{1}{2}} \leqq \exp\left(\frac{\pi}{2} \frac{u(x_0)}{\rho} \right), \tag{4}$$

nelle stesse ipotesi del nostro teorema. E' stato osservato (R. Finn [5]) che la costante $\pi/2$ nella (4) non può essere migliorata.

Dalla (3) e da un risultato di J. Moser [10] si deducono subito i seguenti risultati riguardanti l'estensione del teorema di Bernstein.

(A) Se $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ è soluzione della (1) e se $u > 0$ in $\mathbb{R}^n$, allora

$$u = \text{costante};$$

(B) se $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ è soluzione della (1) e se in $\mathbb{R}^n$ si ha

$$u(x) > -K(|x|+1)$$

per un $K > 0$, allora u è un polinomio di primo grado.

69

Inventiones math. 7, 243–268 (1969)

Minimal Cones and the Bernstein Problem

E. Bombieri, E. De Giorgi, and E. Giusti (Pisa)

I. Introduction

The main purpose of this paper is to prove that there exist complete analytic minimal graphs of sufficiently large dimension, which are not hyperplanes.

In [8], Fleming gave a new proof of Bernstein's theorem that a complete minimal graph in $\mathbb{R}^3$ must be a plane, by pointing out that the falsity of Bernstein's theorem would imply the existence of a minimal cone in $\mathbb{R}^3$, a contradiction.

The next step forward was taken by De Giorgi [6], who improved Fleming's argument by showing that the falsity of the extension of the Bernstein theorem in $\mathbb{R}^n$ would imply the existence of a minimal cone in $\mathbb{R}^{n-1}$, thus extending the Bernstein theorem to complete minimal graphs in $\mathbb{R}^4$.

In [1] Almgren proved the non-existence of minimal cones in $\mathbb{R}^4$, and in his recent paper Simons [12] extended Almgren's theorem up to $\mathbb{R}^7$. From these results it follows, among other things, an interior regularity theorem for the solutions of the codimension one Plateau problem in $\mathbb{R}^n$ for $n \leqq 7$, and the extension of Bernstein's theorem through dimension 8.

In the same paper, Simons gave examples of locally stable cones of codimension one in $\mathbb{R}^{2m}$, for each $m \geqq 4$, and raised the question whether these cones were global minima of the area function.

In this paper, we shall prove also that these cones are of least area in the large.

Simons' example is as follows.

Let $S_m(r) \subset \mathbb{R}^m$ be the sphere

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_m^2 = r^2$$

and let $C_{2m}(r)$ be the truncated cone

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_m^2 = x_{m+1}^2 + \cdots + x_{2m}^2 < r^2$$

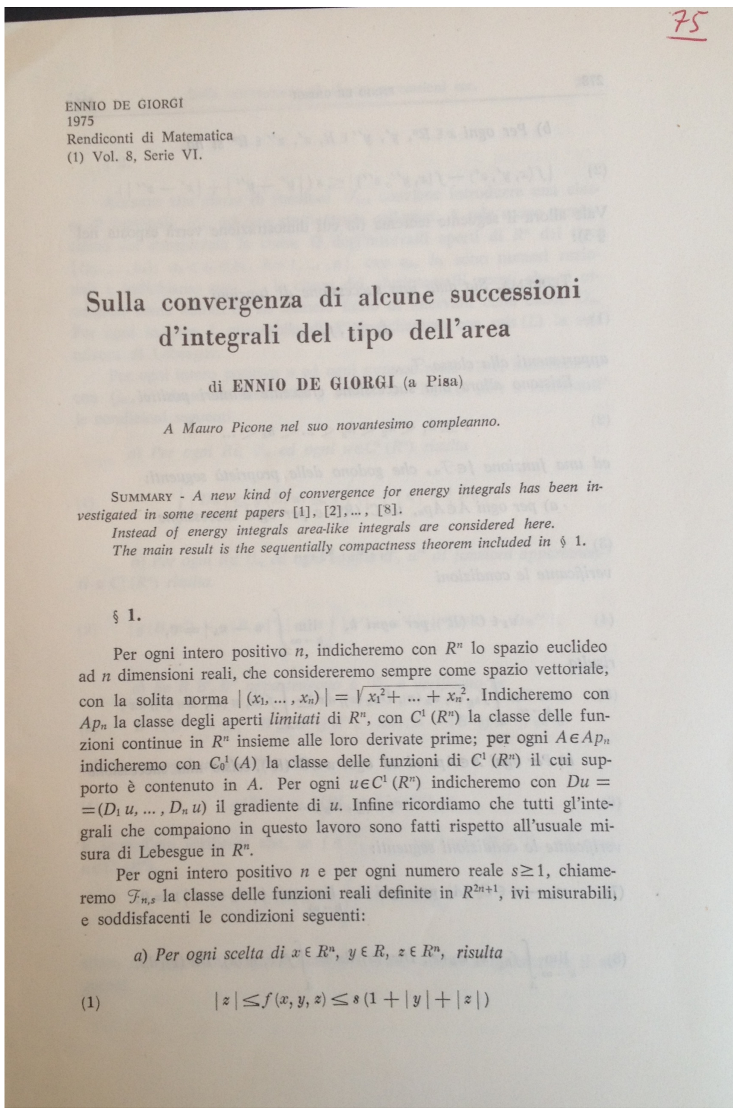
of codimension one in $\mathbb{R}^{2m}$ and with boundary $S_m(r) \times S_m(r) \subset S_{2m}(\sqrt{2}r)$. It can be proved that $C_{2m}(r)$ has mean curvature zero at every point except at the origin, which is singular.

i lavori con Bombieri, 1969

La $\Gamma-$ convergenza 1974

L' *omogeneizzazione* è lo studio del comportamento limite della conducibilità termica o elettrica in un materiale composto da una sostanza dove sono presenti, disposte in modo regolare, un numero crescente di piccole impurità di un secondo materiale.

Partendo da qui De Giorgi arriva a creare una teoria assai generale, dove trovano posto diversi fenomeni asintotici di provenienza fisica, e a fondare una folta scuola di allievi in Italia e all'estero.


75

ENNIO DE GIORGI
1975
Rendiconti di Matematica
(1) Vol. 8, Serie VI.

Sulla convergenza di alcune successioni d'integrali del tipo dell'area

di ENNIO DE GIORGI (a Pisa)

A Mauro Picone nel suo novantesimo compleanno.

SUMMARY - *A new kind of convergence for energy integrals has been investigated in some recent papers* [1], [2], ..., [8].
Instead of energy integrals area-like integrals are considered here.
The main result is the sequentially compactness theorem included in § 1.

§ 1.

Per ogni intero positivo n, indicheremo con R^n lo spazio euclideo ad n dimensioni reali, che considereremo sempre come spazio vettoriale, con la solita norma $|(x_1, \dots, x_n)| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$. Indicheremo con Ap_n la classe degli aperti *limitati* di R^n, con $C^1(R^n)$ la classe delle funzioni continue in R^n insieme alle loro derivate prime; per ogni $A \in Ap_n$ indicheremo con $C_0^1(A)$ la classe delle funzioni di $C^1(R^n)$ il cui supporto è contenuto in A. Per ogni $u \in C^1(R^n)$ indicheremo con $Du = (D_1 u, \dots, D_n u)$ il gradiente di u. Infine ricordiamo che tutti gl'integrali che compaiono in questo lavoro sono fatti rispetto all'usuale misura di Lebesgue in R^n.

Per ogni intero positivo n e per ogni numero reale $s \geq 1$, chiameremo $\mathcal{F}_{n,s}$ la classe delle funzioni reali definite in R^{2n+1}, ivi misurabili, e soddisfacenti le condizioni seguenti:

a) Per ogni scelta di $x \in R^n$, $y \in R$, $z \in R^n$, *risulta*

$$|z| \leq f(x, y, z) \leq s(1 + |y| + |z|) \tag{1}$$

il lavoro dedicato a Picone sulla *Convergenza in Area*, 1975

La Teoria Geometrica della Misura (TGM)

Questa Teoria è stata il filo conduttore di tutta la ricerca di Ennio, dai primi studi sui *perimetri alla Caccioppoli* (1953) sino agli ultimi lavori sul Problema di Plateau in spazi metrici.

Insieme a Herbert Federer e Wendell Fleming, Ennio è universalmente considerato uno dei padri fondatori della moderna TGM.

In questo settore la scuola di De Giorgi, di cui oggi Luigi Ambrosio è il leader riconosciuto, è ancora attivissima nel portare avanti le idee pionieristiche del maestro, estendendo i suoi risultati e dimostrando le sue famose *congetture*.

con alcuni allievi , 1990

Il viaggio in America 1964

Nel 1964 De Giorgi compie la sua unica visita negli Stati Uniti, trattenendosi per 4 mesi a Providence, New York, Stanford, dove tiene varie conferenze di alto livello. Purtroppo la sua scarsa dimestichezza con l'Inglese gli crea qualche difficoltà.

E' in questa occasione che al Courant Institute di New York, uno dei templi della matematica mondiale, egli incontra Nash, che in quegli anni era ancora in preda alle sue turbe psichiche. Secondo Peter Lax fu come l'incontro fra Stanley e Livingstone.

Nel 1996 a Trento vi fu un secondo incontro fra i due, organizzato da Mario Miranda.

Nash, Miranda e De Giorgi a Trento , 1996

Leonid Pljusc e i diritti dell'uomo 1974 - 76

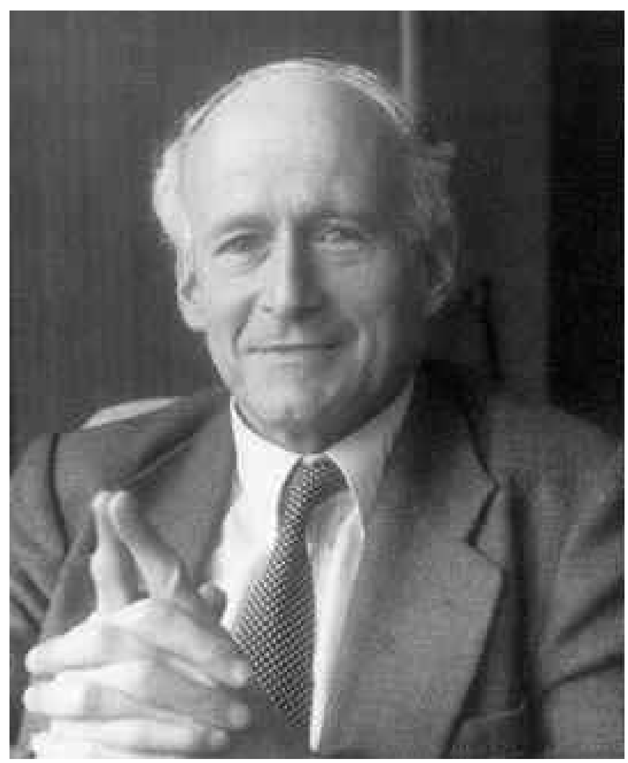
Il *Comité des Mathématiciens*, fondato a Parigi nel 1974 da Lipman Bers, Henri Cartan e Laurent Schwartz, si batteva per la difesa dei matematici perseguitati in varie parti del mondo per le loro idee.

La prima battaglia fu per il matematico ucraino Leonid Pljusc, da anni detenuto in un manicomio di stato sovietico.

A questa campagna Ennio si unisce con enorme entusiasmo, coinvolgendovi centinaia di persone di tutte le idee politiche.

Nel 1976 Pljusc, divenuto un simbolo della battaglia per la libertà di opinione, viene liberato ed espulso dall'URSS.

Leonid I. Pljusc



Laurent Schwartz

Logica e Fondamenti 1975

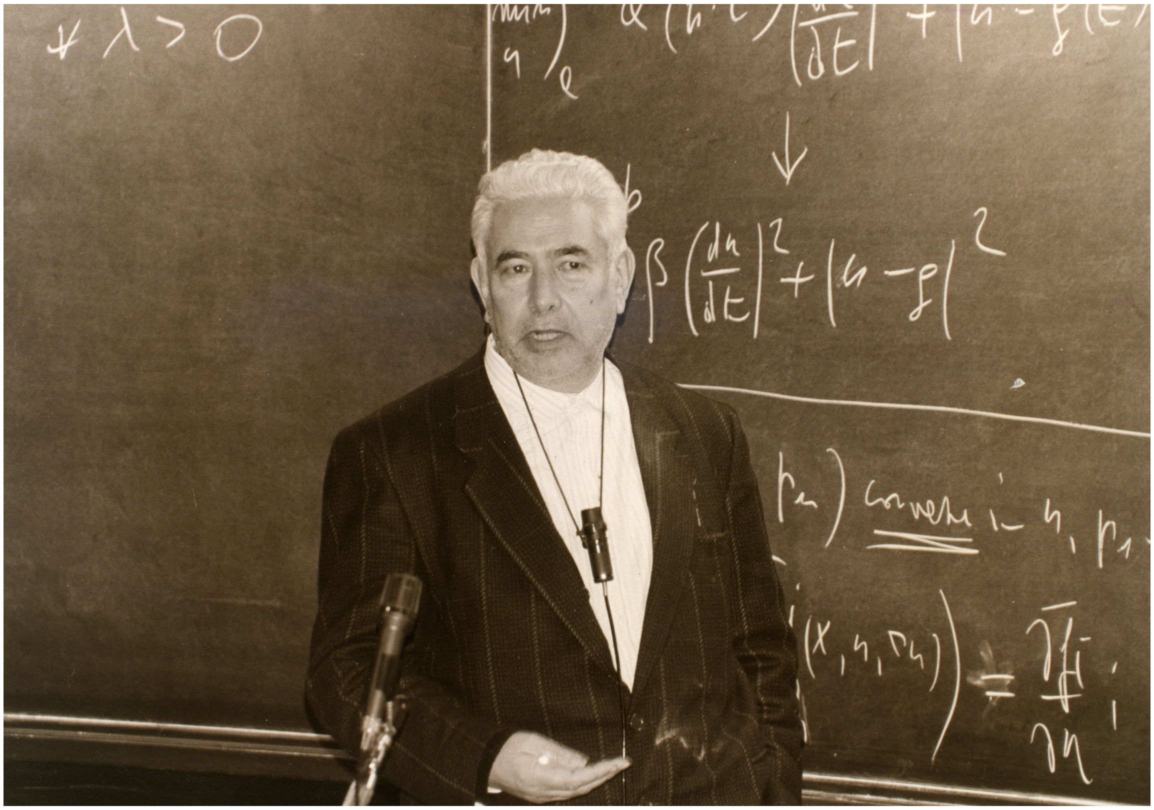
Negli anni '70, anche a seguito delle sue esperienze didattiche all'Asmara, De Giorgi inizia a interessarsi ai Fondamenti della matematica, convinto che un serio studio dei problemi fondazionali porti a scoprire il valore sapienzale della ricerca.

Il suo interesse in questo settore non viene mai meno, anzi aumenta nel corso degli anni fino a superare quello per la matematica vera e propria. Accanto al letto della sua stanza all'ospedale di Pisa, teneva un blocco in cui annotava nuovi *assiomi* da discutere con gli amici che lo visitavano.

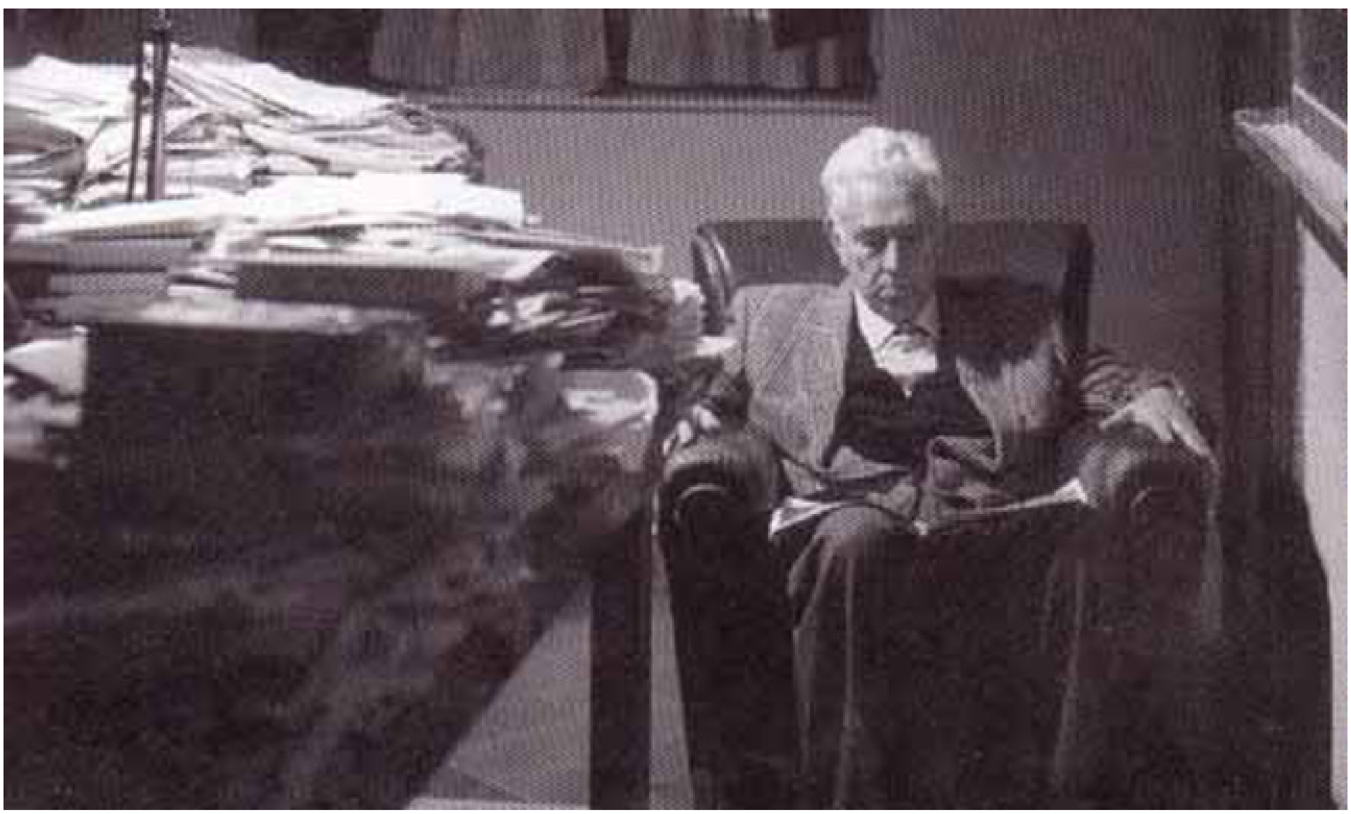
Anche in questo difficile campo di ricerca Ennio riesce a creare una scuola, il cui principale esponente è Marco Forti.

Verso la fine degli anni '80 cominciano a manifestarsi i primi problemi di salute, che lo porteranno alla morte nel 1996. Anzichè ridurre il suo attivismo Ennio sembra quasi raddoppiarlo, ampliando il suo campo di interessi dalla semplice matematica ai fondamenti, all'impegno civile, all'approfondimento filosofico e sapienzale. Le ultime pagine di questa biografia contengono alcune testimonianze profonde e commoventi.

1983 (Foto Frassi, Pisa)



una lezione (foto di Jan Francu, Trieste 1990)



nel suo studio $\sim$ 1990

Accademia Pontificia , 1991

Académie des Sciences , Paris 1995

La Sapienza

La verità assoluta esiste solo in Dio. Noi possediamo verità limitate nel tempo, nei settori, nei singoli argomenti di studio. Come uomini non possiamo mai avere la presunzione o la pretesa di possedere la verità nella sua interezza. Ma dobbiamo avere fiducia nelle verità provvisorie della scienza e considerarle momentaneamente assolute...

Sono solo un servo della Sapienza. Perfino i saggi dell'antica Grecia rifiutarono il titolo di "sofisti", cioè "sapientissimi", e preferirono farsi chiamare "filosofi", cioè "amici della Sapienza"...

Io sono uno studioso di una materia limitata e so già che quello che oggi si dice, quello che oggi si ricerca, quello che oggi si trova, domani sarà superato e potrebbe perfino essere ritenuto assolutamente errato rispetto a quelle che saranno le posizioni di studio che seguiranno. Perché la Sapienza è nello stesso tempo amichevole e inaccessibile, semplice e misteriosa; ad essa occorre accostarsi con quel sentimento umile e insieme fiducioso che nella versione latina del Libro dei Proverbi è detto "timor Domini principium sapientiae" cioè il timor di Dio...

(De Giorgi)

L'angolo illuminato

La convinzione di poter risolvere ogni problema matematico è un potente sprone per la nostra ricerca. Sentiamo in noi il perpetuo richiamo: Ecco il problema. Cercane la soluzione. Tu la puoi trovare col puro intelletto, perché in matematica non vi sono 'ignorabimus'. (Hilbert , 1900)

Per quanto ricchi possano essere, i nostri schemi concettuali non abbracceranno mai tutta la realtà. Questa considerazione è interessante per lo scienziato, perché proprio il fatto che la realtà è molto più ampia delle nostre conoscenze ci induce a tentare sempre di allargare il campo della nostra riflessione scientifica, ad ampliare l'angolo della realtà illuminato dalle nostre teorie. Nello stesso tempo dobbiamo riconoscere che comunque quest'angolo illuminato sarà una piccola parte dell'enorme immensità che rimane oscura.

Vi è all'origine di ogni progresso scientifico questo atteggiamento sapienziale: il riconoscimento di quanto grande sia la realtà che si trova fuori dal campo illuminato delle nostre teorie.

Questo non ci deve portare a spegnere il riflettore, ma piuttosto a cercare di migliorarlo e di ampliarlo. Quando si parla di "limiti della scienza", anche in buona fede, secondo me si commette un errore. Il problema non è tanto dire "il nostro raggio di osservazione non deve ampliarsi", quanto piuttosto: il nostro raggio di osservazione deve ampliarsi, sapendo però che il "nostro osservatorio" non raggiungerà mai tutta la realtà, che anzi una buona parte di essa rimarrà oscura.

(De Giorgi, 1994)