Problemi di massimo e minimo

(a) liberi

Trovare i punti di massimo e minimo locale per le seguenti funzioni nel loro campo di esistenza, precisando se sono anche di massimo e minimo assoluto.

$x^2 \log (y - 1) - 8 y + y^2$	$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2 y$
$(x - y) \exp (- x^2 - y^2)$	$x y \lvert y \rvert$
$2 (x^4 + y^4 + 1) - (x + y)^2$	

(b) vincolati

Trovare il valore Massimo e minimo della funzione nell'insieme indicato.

$x^2 y + x y^2 + x^3 - x$	$A = \{ x , y \geq 0 \ , \ x + y \leq 4 \}$
$(x - y)^2 / 2 - (x + y)^3 / 3$	$A = \{ \lvert y \rvert \leq 1 - \lvert x \rvert \}$
$x + 2 y$	$A = \{ x^2 + y^2 \leq 5 \}$
$1 - x^2 - y^2$	$A = \{ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1 \}$
$x^2 - y^2 + 11 x$	$A = \{ x^2 + 7 y^2 \leq 11 \}$
$x^2 + y^2 - x - y$	$A = \{ \lvert x \rvert \leq 1 , \lvert y \rvert \leq 1 \}$
$x^2 - y^2 + z^2$	$A = \{ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 , z \geq 0 \}$

Trovare i punti sulla superficie di equazione $z^2 - xy - 1 = 0$ che hanno minima distanza dall'origine.

(Sugg.: si tratta di rendere minima la funzione $f (x , y , z) = x^2 + y^2 + z^2$ con la restrizione che sia $z^2 - xy - 1 = 0$; ricavando il valore di z^2 ci si riconduce ad una funzione di due variabili. Dovendo essere $xy + 1 = z^2$, le variabili x,y sono ristrette dalla condizione $xy + 1 \geq 0$ ……)