

3. Si studi la convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{e^{-k\sqrt{1+x^2}}}{k}.$$

In particolare mostrare che la serie converge puntualmente su tutto \mathbb{R} e dire se tale convergenza è uniforme. Detta $F(x)$ la somma della serie, dire se si tratta di una funzione derivabile. Facoltativo: calcolare esplicitamente F .

4. Il tempo medio necessario per sottoporre a test un'unità di prodotto su una linea di produzione è uguale a $\mu = 160''$. Dire quale valore bisogna assegnare al parametro $\lambda > 0$ al fine di modellizzare il tempo necessario per un test con una variabile aleatoria continua X con legge esponenziale di densità $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ (per $x \geq 0$). Usare questo modello per calcolare $Var(X)$ e $P(X \geq \mu)$. Stimare la probabilità che 5 ore di lavoro ininterrotto siano sufficienti per eseguire 100 test (assumendo che i tempi necessari per eseguire i test siano variabili aleatorie indipendenti di legge esponenziale).