Analisi Matematica II

Prova scritta del 5.6.2017 - appello #1 [ A ]

1. Data la funzione f ( x , y ) = x exp ( - 2 x2 – y2 ),

* trovarne campo di esistenza, segno, zeri e dire se ha limite all’infinito;
* stabilire che la linea di livello passante per il punto P0 = ( 1 , 1 ) è localmente grafico di una funzione ϕ ( x ) ; approssimare questa funzione al secondo ordine con punto iniziale x0 = 0;
* trovare i punti di massimo e minimo locali per la funzione f ( x , y ) e precisare se esistono punti di massimo e minimo assoluti.

\* facendo uso del metodo dei moltiplicatori di Lagrange, calcolare il massimo e il minimo della funzione f ( x , y ) sul vincolo x2 + y2 = 1.

2. Data la curva ϒ definita dalle equazioni x2 + y2 = 2 y , y = z :

* descriverla geometricamente;
* provare che è regolare;
* trovarne una parametrizzazione in modo che la sua proiezione sul piano xy sia orientata in senso antiorario:
* calcolare la circuitazione del campo F ( x , y , z ) = ( y2 , xy , xz ) su di essa usando la definizione;
* ritrovare il risultato precedente usando il teorema di Stokes.

3. La regione A del piano x,z definita dalle condizioni x ≥ 0 , 1 ≤ z ≤ 3 , z ≤ 6 – x2 ruota attorno all’asse z, formando un solido S .

* Trovare il volume di S e il suo baricentro (pensando il corpo come omogeneo).
* Scrivere un vettore normale alla superficie laterale del solido nel punto ( 2 , 0 , 2 ).

4. Si stima che, in media, il tempo di attesa (misurato in secondi) delle telefonate che arrivano al call center di una compagnia sia uguale a μ = 55. Supponiamo di modellizzare tale tempo medio mediante una variabile aleatoria continua X con legge esponenziale ( i.e. con funzione densità $f\left(x\right)=λexp\left(-λx\right)$ per$x>0$ e nulla altrimenti ).

* Dire quale valore dobbiamo assegnare al parametro λ.
* Utilizzare questo modello per calcolare le quantità Var ( X ) e P ( X > μ ).

Un utente che deve fare tre distinte telefonate a questo centralino modellizza il proprio tempo di attesa complessivo come una variabile aleatoria Y = X1 + X2 + X3 , dove le Xi sono variabili aleatorie indipendenti di legge esponenziale ( come al punto precedente ).

* Calcolare le quantità E [ Y ] , Var ( Y ) , P ( Y ≥ E [ Y ] ).

Analisi Matematica II

Prova scritta del 5.6.2017 - appello #1 [ B ]

1. Data la funzione f ( x , y ) = x exp ( - x2 – 2 y2 ),

* trovarne campo di esistenza, segno, zeri e dire se ha limite all’infinito;
* stabilire che la linea di livello passante per il punto P0 = ( 1 , 1 ) è localmente grafico di una funzione ϕ ( x ) ; approssimare questa funzione al secondo ordine con punto iniziale x0 = 0;
* trovare i punti di massimo e minimo locali per la funzione f ( x , y ) e precisare se esistono punti di massimo e minimo assoluti.

\* facendo uso del metodo dei moltiplicatori di Lagrange, calcolare il massimo e il minimo della funzione f ( x , y ) sul vincolo x2 + y2 = 1.

2. Data la curva ϒ definita dalle equazioni x2 + y2 = 2 x , x = z :

* descriverla geometricamente;
* provare che è regolare;
* trovarne una parametrizzazione in modo che la sua proiezione sul piano xy sia orientata in senso antiorario:
* calcolare la circuitazione del campo F ( x , y , z ) = ( x2 , xy , yz ) su di essa usando la definizione;
* ritrovare il risultato precedente usando il teorema di Stokes.

3. La regione A del piano x,z definita dalle condizioni x ≥ 0 , 3 ≤ z ≤ 6 , z ≤ 8 – x2 ruota attorno all’asse z, formando un solido S .

* Trovare il volume di S e il suo baricentro (pensando il corpo come omogeneo).
* Scrivere un vettore normale alla superficie laterale del solido nel punto ( 2 , 0 , 4 ).

4. Si stima che, in media, il tempo di attesa (misurato in secondi) delle telefonate che arrivano al call center di una compagnia sia uguale a μ = 70. Supponiamo di modellizzare tale tempo medio mediante una variabile aleatoria continua X con legge esponenziale ( i.e. con funzione densità $f\left(x\right)=λexp\left(-λx\right)$ per$x>0$ e nulla altrimenti ).

* Dire quale valore dobbiamo assegnare al parametro λ.
* Utilizzare questo modello per calcolare le quantità Var ( X ) e P ( X > μ ).

Un utente che deve fare tre distinte telefonate a questo centralino modellizza il proprio tempo di attesa complessivo come una variabile aleatoria Y = X1 + X2 + X3 , dove le Xi sono variabili aleatorie indipendenti di legge esponenziale ( come al punto precedente ).

* Calcolare le quantità E [ Y ] , Var ( Y ) , P ( Y ≥ E [ Y ] ).