

Analisi Matematica II  
Prova scritta parziale #2 – 1.6.2017 [ A ]

1. Punti 14

Una curva è rappresentata in coordinate polari dall'equazione  $r = \cos 2\vartheta$ , con  $-\pi/4 \leq \vartheta \leq \pi/4$  :

- scrivere le equazioni parametriche nelle variabili  $x, y$ , assumendo  $\vartheta$  come parametro;
- provare che è chiusa e regolare
- provare che è simmetrica rispetto all'asse  $x$
- disegnarla nel piano cartesiano
- trovare la tangente nell'origine
- calcolare l'area delle regione racchiusa usando la terza formula di Gauss-Green.

2. Punti 10

Dato il campo irrotazionale  $F = \left( \frac{xz}{x^2 + y^2 + 2y}, \frac{(1+y)z}{x^2 + y^2 + 2y}, \log \sqrt{x^2 + y^2 + 2y} \right)$ :

- trovarne il campo di esistenza e descriverlo geometricamente;
- provare che è conservativo;
- ciò stabilito, calcolarne un potenziale;
- calcolare il flusso uscente dalla frontiera dell'insieme  $3 \leq x^2 + y^2 + 2y \leq 8, -1 \leq z \leq 1$  usando il teorema della divergenza.

3. Punti 8

Data l'equazione  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ :

- provare che in un intorno del punto  $(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$  è grafico di una funzione  $\varphi(x)$ ;
- stabilire se questa funzione ha in  $x_0 = \sqrt[3]{2}$  un punto di minimo, di massimo o nessuno dei due;
- provare che il punto  $(0, 0)$  è un punto singolare, in particolare un nodo, e scrivere le due rette tangenti.

4. Punti 9

Una compagnia aerea modella il peso (espresso in kg) del bagaglio a mano di ciascun viaggiatore mediante una variabile aleatoria continua con densità uniforme sull'intervallo  $[0, 10]$ .

- Calcolare valore atteso e varianza di questa variabile aleatoria,
- Sapendo che sull'aereo si sono imbarcati 108 passeggeri, dire qual è il valore atteso e la varianza della variabile aleatoria  $S$  che descrive il peso totale dei bagagli a mano.
- Stimare la probabilità  $P(S > 600)$ .

## Analisi Matematica II

### Prova scritta parziale #2 – 1.6.2017 [ B ]

#### 1. Punti 14

Una curva è rappresentata in coordinate polari dall'equazione  $r = \cos \vartheta$ , con  $-\pi/2 \leq \vartheta \leq \pi/2$  :

- scrivere le equazioni parametriche nelle variabili  $x, y$ , assumendo  $\vartheta$  come parametro;
- provare che è chiusa e regolare
- provare che è simmetrica rispetto all'asse  $x$
- disegnarla nel piano cartesiano
- trovare la tangente nell'origine
- calcolare l'area delle regione racchiusa usando la terza formula di Gauss-Green.

#### 2. Punti 10

Dato il campo irrotazionale  $F = \left( \frac{(1+x)z}{x^2 + y^2 + 2x}, \frac{yz}{x^2 + y^2 + 2x}, \log \sqrt{x^2 + y^2 + 2x} \right)$ :

- trovarne il campo di esistenza e descriverlo geometricamente;
- provare che è conservativo;
- ciò stabilito, calcolarne un potenziale;
- calcolare il flusso uscente dalla frontiera dell'insieme  $3 \leq x^2 + y^2 + 2x \leq 8, -1 \leq z \leq 1$  usando il teorema della divergenza.

#### 3. Punti 8

Data l'equazione  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ :

- provare che in un intorno del punto  $(\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{2})$  è grafico di una funzione  $\varphi(y)$ ;
- stabilire se questa funzione ha in  $y_0 = \sqrt[3]{2}$  un punto di minimo, di massimo o nessuno dei due;
- provare che il punto  $(0, 0)$  è un punto singolare, in particolare un nodo, e scrivere le due rette tangenti.

#### 4. Punti 9

Una compagnia aerea modella il peso (espresso in kg) del bagaglio a mano di ciascun viaggiatore mediante una variabile aleatoria continua con densità uniforme sull'intervallo  $[0, 8]$ .

- Calcolare valore atteso e varianza di questa variabile aleatoria,
- Sapendo che sull'aereo si sono imbarcati 75 passeggeri, dire qual è il valore atteso e la varianza della variabile aleatoria  $S$  che descrive il peso totale dei bagagli a mano.
- Stimare la probabilità  $P(S < 250)$ .