

Soluzioni [A]

1. In forma parametrica : $x = t$, $y = 1 + 2t$; in forma cartesiana : $2x - y + 1 = 0$
2. $0 \leq y \leq 1/\sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}y \leq x \leq \sqrt{1 - 2y^2}$
3. $2(1 - \operatorname{arctg}2 + \pi/4)$
4. (a) $f_{xx}(P_0) < 0$ oppure $f_{yy}(P_0) < 0$; (b) $f_{xx}(P_0)f_{yy}(P_0) - f_{xy}^2(P_0) > 0$
5. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(X_0 + h E_i) - f(X_0)}{h}$ se esiste finito
6. $f(x) = 0$; $\|f_n - f\| = 1/4^n$; convergenza uniforme (la norma tende a 0).

Soluzioni [B]

1. In forma parametrica : $x = 1 + 2t$, $y = -t$; in forma cartesiana : $x + 2y - 1 = 0$
2. $0 \leq y \leq 1$, $(1-y)/2 \leq x \leq \sqrt{1-y^2}/2$
3. $2(2 + \operatorname{arctg}2 - \operatorname{arctg}4)$
4. (a) $f_{xx}(P_0) > 0$ oppure $f_{yy}(P_0) > 0$; (b) $f_{xx}(P_0)f_{yy}(P_0) - f_{xy}^2(P_0) > 0$
5. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(X_0 + t V) - f(X_0)}{t}$ se esiste finito (V versore)
6. $f(x) = 0$; $\|f_n - f\| = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1}$; convergenza non uniforme (la norma tende a $1/e$).