

Prova scritta parziale #1 del 22.11.11 [1]

1. *punti 13*

Data la funzione $f(x, y) = \frac{e^{x+y}}{x^2 + y^2 - 1}$, trovare

- il campo di esistenza, il segno, il limite ai punti di frontiera, il limite all'infinito per le restrizioni a ciascuno dei quadranti del piano cartesiano
- i punti di massimo e minimo locale o assoluto (se esistono).
(E' sconsigliato l'uso della matrice hessiana; utilizzare i risultati ottenuti al punto precedente)
- il massimo e il minimo nel compatto definito da $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, $y \geq x$.

2. *punti 8*

Trovare il baricentro della regione di spazio definita da $z \geq 0$, $4(x^2 + y^2) - 1 \leq z \leq x^2 + y^2 + 1$.

3. *punti 6*

Data la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n+1}$, studiarne la convergenza puntuale e uniforme e calcolarne la somma.

4. *punti 5*

Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} n \sin nx & \text{se } x \in [0, \pi/n) \\ 0 & \text{se } x \in [\pi/n, 2\pi] \end{cases}$$

- trovarne il limite puntuale
- provare che la convergenza non è uniforme, ma che lo diventa in ogni intervallo della forma $[\varepsilon, 2\pi]$
- verificare se vale la tesi del teorema di integrazione sotto segno di serie in $[0, 2\pi]$.

1. *punti 13*

Data la funzione $f(x, y) = \frac{e^{-x-y}}{1-x^2-y^2}$, trovare

- il campo di esistenza, il segno, il limite ai punti di frontiera, il limite all'infinito per le restrizioni a ciascuno dei quadranti del piano cartesiano
- i punti di massimo e minimo locale o assoluto (se esistono).
- (*E' sconsigliato l'uso della matrice hessiana; utilizzare i risultati ottenuti al punto precedente*)
- il massimo e il minimo nel compatto definito da $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, $y \geq x$.

2. *punti 8*

Trovare il baricentro della regione di spazio definita da $z \geq 0$, $2(x^2 + y^2) - 1 \leq z \leq x^2 + y^2 + 1$.

3. *punti 6*

Data la serie $\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)x^n$, studiarne la convergenza puntuale e uniforme e calcolarne la somma.

4. *punti 5*

Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} n \cos nx & \text{se } x \in [0, \pi/2n) \\ 0 & \text{se } x \in [\pi/2n, 2\pi] \end{cases}$$

- trovarne il limite puntuale
- provare che la convergenza non è uniforme, ma che lo diventa in ogni intervallo della forma $[\varepsilon, 2\pi]$
- verificare se vale la tesi del teorema di integrazione sotto segno di serie in $[0, 2\pi]$.