

Calcolo integrale – esercizi proposti N. 1

1. Calcolare le primitive delle seguenti funzioni con il metodo di integrazione per parti, eventualmente seguito da una sostituzione.

1. $x^2 e^{3x}$
2. $x / \cos^2 x$
3. $x \operatorname{arctg} x$
4. $e^{-x} \sin x$
5. $\log(x + \sqrt{1+x^2})$
6. $\log^2 x$
7. $x^3 \log x$
8. $x^3 \cos 2x$

2. Calcolare le primitive delle seguenti funzioni con la sostituzione indicata.

1. $\cos^3 x$; $\sin x = t$
2. $x / (1+x^4)$; $x^2 = t$
3. $1 / (x \log x)$; $\log x = t$
4. $e^x / (1+e^x)$; $e^x = t$
5. $(1 - \log x) / [x(1 + \log^2 x)]$; $\log x = t$
6. $x \sqrt{2-x^2}$; $2-x^2 = t$
7. $\sin x / (1 + \cos^2 x)$; $\cos x = t$

3. Calcolare le primitive delle seguenti funzioni con il cambiamento di variabile indicato.

1. $\frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$; $\sqrt{1+e^x} = t$
2. $\frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$; $\sqrt{1+x^2} - x = t$
3. $\sqrt{1 - \sin x}$; $\sin x = t$
4. $\frac{\sqrt{1+x} + 1}{\sqrt{1+x} - 1}$; $\sqrt{1+x} = t$
5. $\frac{1}{\sin^3 x}$; $\cos x = t$
6. $\frac{1}{1 + \cos x}$; $\operatorname{tg}(x/2) = t$
7. $\operatorname{tg}^2 x$; $\operatorname{tg} x = t$
8. $\sqrt{4-x^2}$; $x = 2 \sin t$
9. $\frac{1}{\sqrt{2-x-x^2}}$; $\frac{2x+1}{3} = t$
10. $\frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} = t$

4. Calcolare le primitive delle seguenti funzioni razionali

1. $\frac{2x^3 + 1}{x^2 + 4}$
2. $\frac{x}{x^2 - 5x + 6}$
3. $\frac{6x}{x^3 + 8}$

4.
$$\frac{3x^2 + x - 4}{(x-2)^2(x^2+1)}$$

5.
$$\frac{8x-5}{2x^2-5x+7}$$

6.
$$\frac{1}{x^4-1}$$

5. Calcolare le primitive delle seguenti funzioni

1.
$$\frac{1}{1-\sin x}$$

2.
$$\frac{1}{\sin x \cos x}$$

3.
$$\frac{e^{\operatorname{tg} x}}{1+\cos 2x}$$

4.
$$\frac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}$$

5.
$$\frac{1}{(x-1)\sqrt{2x-x^2}}$$

6.
$$\frac{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x}{\cos^2 x + 1}$$

7.
$$\frac{1}{3\sin x - 4\cos x}$$

8.
$$\frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

9.
$$x \operatorname{arcsen} x$$