

Analisi Matematica I

Prova scritta del 29.1.2021

1.

Al variare del parametro reale x studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^x + n + 1}$.

2.

Sia $F(x)$ la soluzione del problema

$$F'(x) = e^x |\arctg x|, \quad F(0) = 0.$$

Provare che è iniettiva, dire se la sua immagine è tutto \mathbb{R} , provare che 0 è punto di flesso.

3.

Scrivere la formula di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$ con resto di Lagrange per la funzione $\cos x$. Trovare quanto grande deve essere il grado n del polinomio di Taylor perché si possa utilizzare per approssimare $\cos \pi/18$ con un errore in valore assoluto minore di 10^{-3} .

Si può utilizzare l'informazione $\pi/18 \approx 0.175$.

4.

Studiare la funzione $f(x) = (x-1)^2 - x \log^2 x$ e tracciarne il grafico.

In particolare trovare il dominio, i limiti agli estremi, i punti critici e la loro classificazione, la derivata prima e seconda, la parte principale per $x \rightarrow 1$.

Il segno della derivata prima non può essere ricavato per via algebrica.