

Analisi Matematica I

Prova scritta del 22.9.2020 [A]

1. Studiare la funzione $f(x) = \frac{|1 - 2 \log x|}{x}$ e tracciarne il grafico.

In particolare, precisare gli eventuali punti di massimo o minimo locale o assoluto, quelli di non derivabilità, quelli di flesso.

Trovare per quali valori del parametro k l'equazione $f(x) = k$ ammette tre soluzioni.

Dire se l'area del sottografico esiste finita.

2. Studiare la convergenza della serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n+2)}{n 3^n} x^n$.

3. Risolvere l'equazione differenziale $y' = \frac{x \cos y}{1 + \sin y}$, $-\pi/2 < y \leq \pi/2$

precisando gli intervalli in cui sono definite le soluzioni e tracciando il grafico di qualche soluzione.

4. Dato l'integrale $I(n) = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$ (con $n \in \mathbf{N} \cup \{0\}$)

- provare che esiste per ogni valore di n
- provare per induzione che è $I(n) = n!$