Analisi Matematica I - Prova scritta #2 del 6.7.2020 [ A ]

1.

Risolvere l’equazione differenziale  , precisando gli intervalli in cui sono definite le soluzioni e tracciandone il grafico in qualche caso.

2.

Studiare la funzione .

Il segno della funzione e quello della derivata non possono essere studiati per via algebrica: il primo si può dedurre alla fine dello studio della funzione, l’altro deve essere studiato per via grafica..

Osservato che la funzione f ( x ) ristretta all’intervallo x > 0 è invertibile, calcolare la derivata della funzione inversa f-1 ( y ) nel punto y0 = e + ( 1 /e ).

3.

Le condizioni  individuano un solido di rotazione di cui si chiede di calcolare il volume.

4.

Determinare il raggio di convergenza R ed il comportamento al bordo della serie di potenze  .

Indicata con F ( x ) la somma della serie ( per | x | < R ) , scrivere la serie di potenze che definisce F’ ( x ) ; calcolare esplicitamente la somma di quest’ultima serie ed utilizzare il risultato ottenuto per determinare l’espressione analitica di F ( x ).