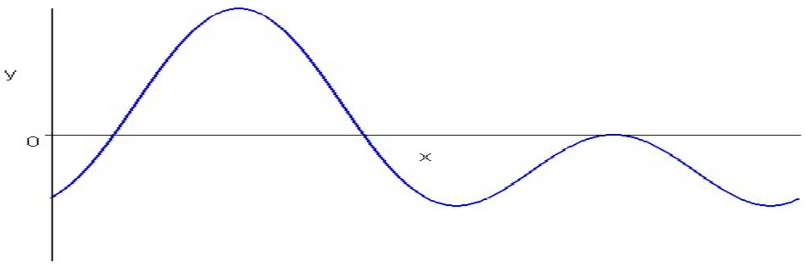
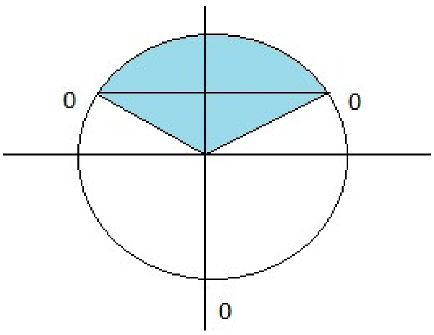


- E' conveniente riscrivere la funzione nella forma equivalente 2 sen ^{2} x + sen x - 1 .

La funzione è 2 π - periodica e quindi possiamo limitarci a studiarla in [0 , 2 π].

SGN e ZERI

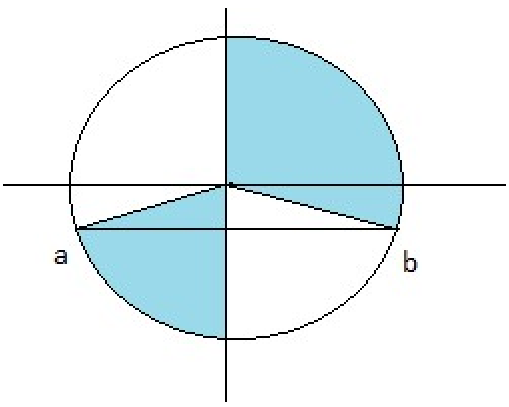
f (x) ≥ 0 per sen ≤ -1 o sen ≥ ½



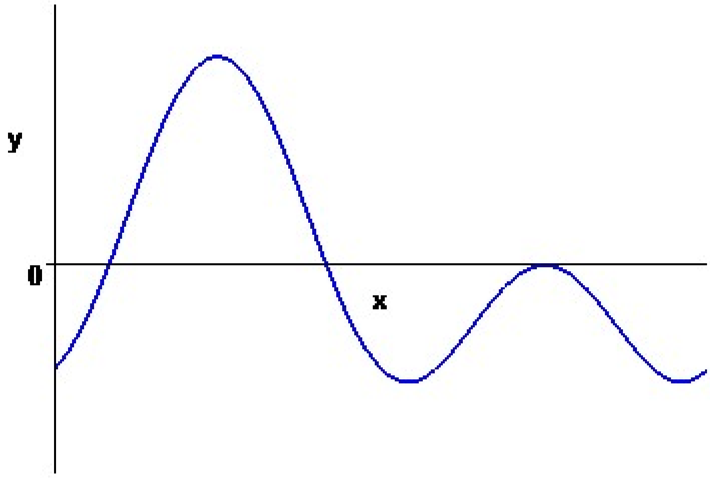
Nell'intervallo scelto si annulla in $\pi/6$, $5\pi/6$, $3\pi/2$, è positiva per $\pi/6 < x < 5\pi/6$, negativa altrove.

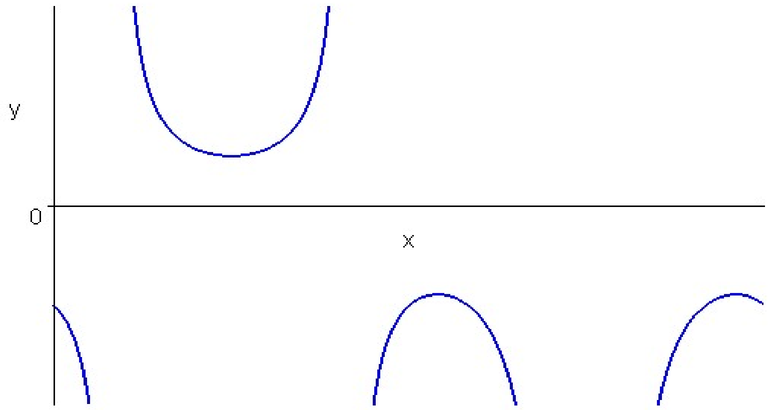
Altri valori notevoli : f (0) = f (π) = f (2 π) = -1 , f ($\pi/2$) = 2 .

DRV f ' (x) = cos x (4 sen x + 1). Posto a = π + arcsen 1/4 , b = 2 π - arcsen 1/4 , la derivata si annulla in $\pi/2$, a , $3\pi/2$, b , è positiva negli intervalli (0 , $\pi/2$) , (a , $3\pi/2$) , (b , 2π) , è negativa altrove .



Tenendo conto che è f (a) = f (b) = - 9/8 , possiamo tracciare il grafico f (x) e da questo successivamente dedurre quello di 1 / f (x) :





$$\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+x}}\, dx$$

$$\sqrt{2x^2+x} - \sqrt{2}\, x = t$$

$$x = \frac{t^2}{1-2\sqrt{2}t} \qquad dx = \frac{2t(1-\sqrt{2}t)}{(1-2\sqrt{2}t)^2}\, dt$$

$$\sqrt{2x^2+x} = \frac{t(1-\sqrt{2}t)}{1-2\sqrt{2}t}$$

$$= \int \frac{2t^2}{(2\sqrt{2}t-1)^2}\, dt$$

$$2\sqrt{2}t - 1 = s, \quad dt = \frac{ds}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{8\sqrt{2}} \int \frac{(1+s)^2}{s^2}\, ds = \frac{1}{8\sqrt{2}} \int (s^{-2} + 2s^{-1} + 1)\, ds =$$

$$= \frac{1}{8\sqrt{2}} \left(s - \frac{1}{s} + 2\lg|s| \right) + c$$

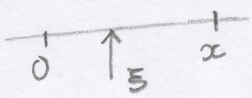
- $\lg(1-x^2) = -x^2 - x^4/2 + o(x^4)$

  $\operatorname{sen}^2 x = (x - x^3 + o(x^4))^2 = x^2 - x^4/3 + o(x^4)$

  $\operatorname{tg}^4 x = x^4 + o(x^4)$

  $b(x) \sim x^4/6$

- $\lg(1+x) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} + \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(1+\xi)^{n+1}(n+1)}$



$$\lg(1,2) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \frac{2^k}{10^k k} + \frac{(-1)^n 2^{n+1}}{(1+\xi)^{n+1} 10^{n+1} (n+1)}$$

$$|E_n| < \frac{2^{n+1}}{10^{n+1}(n+1)} < \frac{1}{10^3} \quad \text{per } n \geq 3$$

$$\lg 1,2 \sim \frac{2}{10} - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{10}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{2}{10}\right)^3 = \boxed{0,18}26\ldots$$

$E_3 < 0$, valutazione per eccesso a meno di 10^{-3}

- $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$

Il grafico riportato in figura è quello della funzione F’.

sgn F’ = sgn f

-3 1 5

x = 1 punto di max assoluto

x = -3 , x = 5 punti di minimo ; poiché F (5) < F ((- 3) , x = -3 è di minimo locale, x = 5 di minimo assoluto

sgn F” = sgn f’

f’ > 0 dove f cresce, f’ < 0 dove f decresce

-3 -1 3 5

F è convessa in (-3 , -1) e in (3 , 5) , concava in (-1 , 3).
-1 e 3 sono i punti di flesso