Analisi Matematica

Prova del 29. 6. 09

1. L'integrale esiste perché per $x \to 3$ $f(x) \sim \frac{9}{\sqrt{6(3-x)}}$ che è un infinito di ordine $1/2$.
Per calcolare le primitive, poniamo

$$x = 3\,\text{sen}\,t\,,\quad dx = 3\cos t\,dt \qquad (t \in [-\tfrac{\pi}{2}, \tfrac{\pi}{2}])$$

in modo da ottenere

$$\int 9\,\text{sen}^2 t\,dt = \frac{9}{2}\left(t - \text{sen}\,t\cos t\right) + c$$
$$= \frac{9}{2}\left(\arcsin\frac{x}{3} - \frac{x}{9}\sqrt{9-x^2}\right) + c.$$

Il valore dell'integrale è dunque $\frac{9}{4}\pi$.

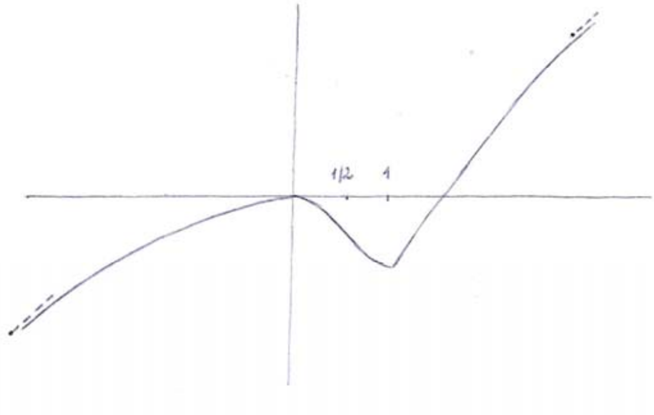
2. La successione è ben definita.
Poiché è sempre $x_{n+1} > x_n$, la successione è crescente e dunque ammette limite $L > 1$.
Se questo limite fosse finito, dovrebbe risultare $L = L + \cos^4 L + \text{sen}^4 L$, cioè $\cos^4 L + \text{sen}^4 L = 0$, il che è assurdo.
In conclusione, $L = +\infty$.

3. CE. $\begin{cases} 2x^2 - 2x + 1 > 0 \\ |x| / \sqrt{2x^2-2x+1} \leq 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x^2-2x+1 > 0 \\ x^2 - 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \iff x \in \mathbb{R}$

LIM per $x \to \pm\infty$ $f(x) \to \pm\infty$; $y = x \mp \frac{\pi}{4}$ as. oblique.

DRV $f'(x) = 1 + \dfrac{\text{sgn}(x-1)}{2x^2-2x+1}$ ——0- - -x—— (0, 1) $f'(1^+) = 2$, $f'(1^-) = 0$ pto angoloso

DRV^2 $f''(x) = \dfrac{-2(2x-1)\,\text{sgn}(x-1)}{(2x^2-2x+1)^2}$ - - - - -0—x- - - - ($\frac{1}{2}$, 1)



4.

$$\lg(1+t) = t - \frac{1}{2}t^2 + o(t^2)$$

$$\lg(1-x^2) = -x^2 - \frac{1}{2}x^4 + o(x^4)$$

$$\sqrt{1+t} = 1 + \frac{1}{2}t - \frac{1}{8}t^2 + o(t^2)$$

$$\overline{} \quad \dots \quad 1\, x^2 - \frac{1}{\ } x^4 + o(x^4)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

$$e^{x^2} = 1 + x^2 + \frac{x^4}{2} + o(x^4)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + o(x^4)$$

N. $\sim -\frac{3}{4}x^4$

D. $\sim +\frac{7}{12}x^4$

limite $= -\frac{9}{7}$