

1. (punti 9)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{x} \left| 1 + \frac{1}{\log x} \right|.$$

In particolare , precisare eventuali asintoti , punti di massimo o minimo relativi o assoluti , punti angolosi.

Lo studio della derivata seconda non è richiesto .

2. (punti 7)

Dato l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}x}{(1+x^2)x^2} \operatorname{sen}x \, dx$$

dire se esiste finito, utilizzando un opportuno criterio di integrabilità.

3. (punti 8)

Risolvere l'equazione differenziale $y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{y}$ con la condizione iniziale $y(0) = -1/2$.

4. (punti 8)

Facendo uso della formula di Taylor, calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{x \operatorname{sen}(3x^2) - 3 \log(1+x^3)}{x^2 - x^2 \cos x^2}$$

1. (punti 9)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \left| 2 + \frac{1}{\log x} \right|.$$

In particolare , precisare eventuali asintoti , punti di massimo o minimo relativi o assoluti , punti angolosi.

Lo studio della derivata seconda non è richiesto .

2. (punti 7)

Dato l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{(1+x)\sqrt{x}} \cos x \, dx$$

dire se esiste finito, utilizzando un opportuno criterio di integrabilità.

3. (punti 8)

Risolvere l'equazione differenziale $y' = (2-x)(1+y^2)$ con la condizione iniziale $y(0) = 1$.

4. (punti 8)

Facendo uso della formula di Taylor, calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{x^2 \log(1+2x^2) + \cos(2x^2) - 1}{(x - \operatorname{tg} x)^2}$$