

1. (punti 8)

Facendo uso della formula di Taylor , calcolare il limite della seguente funzione per $x \rightarrow 0$:

$$\frac{\cos (x^2) - \sqrt{ 1 - x^4 }}{\log^2 (1 + x) - \text{sen} (x^2)}.$$

2. (punti 12)

Data la funzione

$$f (x) = \begin{cases} (\cos x)^{1/x} & \text{se } 0 < x \leq \pi / 2 \\ \frac{x^2}{2 (1 - \cos x)} & \text{se } -\pi / 2 \leq x < 0 \end{cases}$$

provare che si può prolungare con continuità per $x = 0$, precisando con quale valore . Dire poi se la funzione così prolungata risulta anche derivabile per $x = 0$.

3. (punti 12)

Studiare la funzione

$$f (x) = \log (\text{sen}^2 x - \cos^2 x)$$

precisandone in particolare la simmetria e la periodicità .