

# Introduzione alla Matematica

Prova scritta dell'8. 1. 08

1. Punti 7 + 5

Risolvere le seguenti disequazioni :

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{|2x-1|} \geq \sqrt{x}$$

$$\frac{(2 \sin x + \cos x - 2) \sqrt{2 \sin x + \cos x - 2}}{2 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2}} \geq 0.$$

2. Punti 9

Data la funzione  $f(x) = \arcsen \frac{1}{\log(x+1)}$ ,

- trovarne C.E., segno, zeri
- tracciarne il grafico, deducendolo per passi successivi da quello di funzioni elementari note.

Successivamente si restringa la funzione all'insieme  $C.E. \cap [0, +\infty)$  :

- di tale restrizione trovare l'immagine, provare che è invertibile, scrivere l'inversa e provare che è monotona (i risultati devono essere dedotti per via algebrica, non per via grafica).

3. Punti 5

Data la funzione  $f(x) = \log \frac{1}{|\operatorname{tg} x|}$ ,

- trovarne C.E., segno, zeri
- precisarne simmetrie e periodicità
- tracciarne il grafico in un intervallo opportuno minimo, a partire dal quale sia possibile dedurre quello complessivo.

4. Punti 5

Nel triangolo ABC, il lato BC misura 16 (unità di misura) e inoltre, detti  $\beta$  e  $\gamma$  rispettivamente gli angoli ai vertici B e C, si ha  $\cos \beta = 11/16$ ,  $\operatorname{tg} \gamma = \sqrt{15}/7$ .

Stabilire se il triangolo è acutangolo e calcolarne perimetro e area.  $\sqrt{15}$

