Istituzioni di Matematiche I - C. di l. in Chimica molecolare

Prova scritta parziale n.2 del 7 febbraio 2006

1. (punti 8)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |x|^{1/(x-1)} .$$

Lo studio della derivata seconda non è richiesto.
Precisare se esistono punti di discontinuità eliminabile e – in caso affermativo – se in questi punti esiste la derivata.

2. (punti 6)

Utilizzando la formula di Taylor , calcolare il limite per $x \to 0$ della funzione

$$\frac{\log^2(1+x) - e^{x^2} + \sqrt{1+x^4} + x^3}{\mathrm{tg}^2 x - \mathrm{sen}(x^2)} .$$

3. (punti 6)

Siano r ed s le rette di equazione $x + y - 1 = 0$ ed $y = m x$ (con $m > 0$) ; si indichi con P il loro punto di intersezione e con H la sua proiezione sull'asse delle x. Ruotando attorno all'asse delle x il triangolo OPH genera un cono. Trovare per quale valore di m questo cono ha volume massimo; successivamente dire se il cono così individuato è anche quello con superficie laterale massima.

4. (punti 8)

Data l'equazione

$$e^{1/x} = \alpha x$$

trovare graficamente per quali valori di α ammette soluzioni e quante sono queste soluzioni . Provare in particolare che per $\alpha = 1$ la soluzione è unica e approssimarla con due iterazioni del metodo delle tangenti di Newton , a partire da un intervallo avente per estremi due interi consecutivi.

5. (punti 5)

Risolvere in campo complesso il sistema

$$\begin{cases} z^2 w = 1 \\ \bar{z} w + z \bar{w} = 0 \\ |z| = 1 \end{cases}$$