Soluzioni

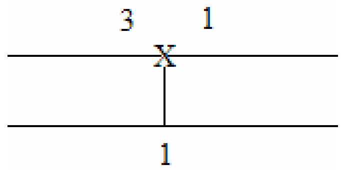
1.

C.E. $\begin{cases} 2x^2 - 2x + 1 > 0 \\ \dfrac{|\, x \,|}{\sqrt{2x^2 - 2x + 1}} \le 1 \end{cases}$

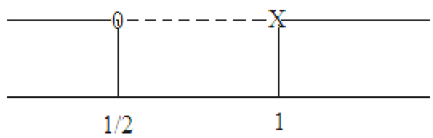
La prima condizione è sempre verificata ($\Delta < 0$) ; la seconda – elevando al quadrato – e togliendo il denominatore – equivale a $x^2 - 2x + 1 \ge 0$, che è sempre verificata.
Dunque C.E. = R

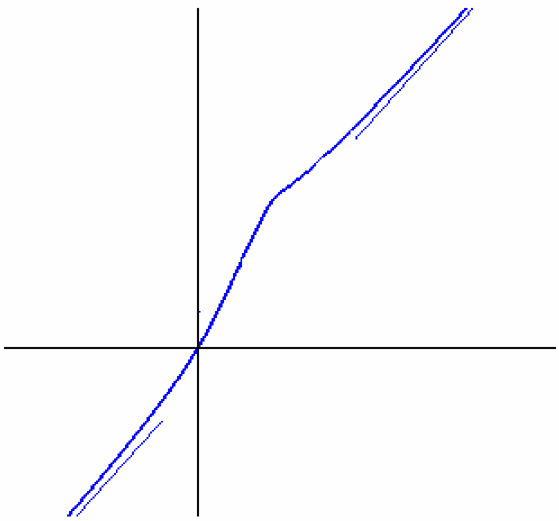
LIM per $x \to \pm\infty$ $f(x) \to \pm\infty$
$y = 2x \pm \pi/4$ asintoto per $x \to \pm\infty$

DRV $2 + \dfrac{\operatorname{sgn}(1 - x)}{2x^2 - 2x + 1}$



DRV^2 $2 \operatorname{sgn}(1 - x) \dfrac{1 - 2x}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$





2.

C.E. $\qquad y \in R \; , \; x \neq 0$

Soluzioni costanti $\qquad y = 0$

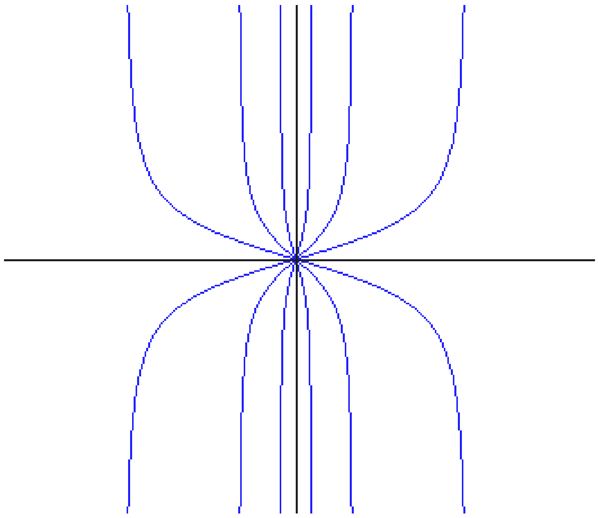
Soluzioni non costanti :

$$\int_{y_0}^{y} \frac{ds}{s\,(s^2+1)} = \int_{x_0}^{x} \frac{ds}{s}$$

$$\Rightarrow \int_{y_0}^{y} \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2+1} \right) = \int_{x_0}^{x} \frac{ds}{s}$$

$$\Rightarrow \log \frac{|\,y\,|}{\sqrt{y^2+1}} = \log (\, k\,|\,x\,|\,)$$

$$\Rightarrow y = \pm \frac{k\,|\,x\,|}{\sqrt{1-k^2x^2}} \quad , \quad |\,x\,| < k\,.$$



3.

$$\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{1-(x-1)^2}} = \int \frac{dt}{\text{sen}\, t} = \int \frac{\text{sent}}{1-\cos^2 t}\,dt = \int \frac{dz}{z^2-1} =$$

$$= \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{z-1} - \frac{1}{z+1} \right) dz = \; = \frac{1}{2} \log \left| \frac{z-1}{z+1} \right| + c$$

Dove si è posto successivamente x – 1 = sent , cost = z .
In conclusione , le primitive richieste sono date da :

$$\frac{1}{2} \log \frac{1 - \sqrt{1 - (x - 1)^2}}{1 + \sqrt{1 - (x - 1)^2}} + c \ .$$

4.

$$a_n \sim \frac{e^{nx}}{n} \quad ; \quad \sqrt[n]{a_n} \rightarrow e^x$$

Se x < 0 , la serie converge ; se x > 0 la serie diverge ; se x = 0 la serie è equivalente alla serie armonica di ordine 1 e dunque diverge.