

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta del 7 giugno 2006

1. (punti 6)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log |\sin x - \cos x|$$

in un intervallo di periodicità. Lo studio della derivata seconda è richiesto.

2. (punti 3+6)

Dato l'integrale

$$\int_{2/3}^1 \frac{dx}{\sqrt{-3x^2 + 4x - 1}}$$

(i) dimostrare che esiste utilizzando un opportuno criterio di integrabilità

(ii) calcolarne il valore.

3. (punti 5)

Calcolare il seguente limite con la formula di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \cos \sqrt{x}}{\log(\log(e+x^2))}$$

4. (punti 6)

Risolvere il problema di Cauchy :

$$y'' + 4y = x \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

5. (punti 6)

Studiare la convergenza delle serie al variare di x

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+n x^{2n}}$$

