

Istituzioni di Matematiche I - C. di I. in Chimica molecolare

Prova scritta del 19 . 07 . 05

1. (punti 6)

Studiare le principali proprietà e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log x - \frac{k}{x}$$

al variare del parametro $k \neq 0$.

2. (punti 5 + 6)

Dato l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 - \operatorname{tg} x} dx ,$$

(i) studiarne a priori l'esistenza

(ii) ritrovare il risultato utilizzando il calcolo diretto .

3. (punti 5)

Utilizzando la formula di Taylor , calcolare il limite per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$\frac{x \operatorname{arcsen} x - x^2}{\sqrt[4]{1+x^4} - \cos(x^2)} .$$

4. (punti 5)

Studiare al variare del parametro x la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \log(1+n|x|^n) .$$

5. (punti 6)

Risolvere il problema $y' = 4 - y^2$, $y(0) = 1$ dopo aver spiegato perché ammette una sola soluzione . Precisare il C.E. della soluzione e tracciarne il grafico.